

誤差計算

長谷川 拓郎 (名古屋大学 Φ研)

takuro@phi.phys.nagoya-u.ac.jp

2022年11月2日

はじめに

N回計算している誤差伝搬を二度と計算しないためのまとめ. 計算するたびに間違えるので重要なのは計算をしないこと.

1 2変数関数

全ての変数は独立であるとする.

1.1 比 $\frac{x}{y}$

$x + \delta x$, と $y + \delta y$ の比 $R = \frac{x}{y}$ の誤差 δR は,

$$(\delta R)^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2 (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)^2 (\delta y)^2 \quad (1)$$

$$= \left(\frac{1}{y}\right)^2 (\delta x)^2 + \left(-\frac{x}{y^2}\right)^2 (\delta y)^2 \quad (2)$$

$$= \frac{x^2 (\delta y)^2 + y^2 (\delta x)^2}{y^4} \quad (3)$$

$\delta x = \sqrt{x}$, $\delta y = \sqrt{y}$ のとき,

$$(\delta R)^2 = \frac{x^2 (\delta y)^2 + y^2 (\delta x)^2}{y^4} \quad (4)$$

$$= \frac{x^2 y + y^2 x}{y^4} \quad (5)$$

したがって,

$$\delta R = \frac{\sqrt{xy(x+y)}}{y^2} \quad (6)$$

1.2 非対称度 $\frac{x-y}{x+y}$

$x + \delta x$, と $y + \delta y$ の非対称度 $A = \frac{x-y}{x+y}$ の誤差 δA は,

$$(\delta A)^2 = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2 (\delta y)^2 \quad (7)$$

$$= \left[\frac{1 \cdot (x+y) - (x-y) \cdot 1}{(x+y)^2}\right]^2 (\delta x)^2 + \left[\frac{-1 \cdot (x+y) - (x-y) \cdot 1}{(x+y)^2}\right]^2 (\delta y)^2 \quad (8)$$

$$= \frac{4y^2}{(x+y)^4} (\delta x)^2 + \frac{4x^2}{(x+y)^4} (\delta y)^2 \quad (9)$$

$$= \frac{4[y^2(\delta x)^2 + x^2(\delta y)^2]}{(x+y)^4} \quad (10)$$

$\delta x = \sqrt{x}$, $\delta y = \sqrt{y}$ のとき,

$$(\delta A)^2 = \frac{4[y^2(\delta x)^2 + x^2(\delta y)^2]}{(x+y)^4} \quad (11)$$

$$= \frac{4(y^2x + x^2y)}{(x+y)^4} \quad (12)$$

$$(13)$$

したがって,

$$\delta A = \frac{2\sqrt{xy(x+y)}}{(x+y)^2} \quad (14)$$