

M1 & B4 Seminar

Leo

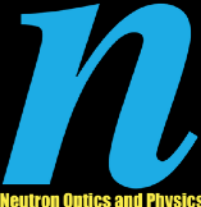
Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments

2020

M1 Takuro Hasegawa



M1 & B4 Seminar  
Leo Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments  
Takuro Hasegawa



# §1.8 Auger Electrons

- Auger (オージェ) 効果とは、  
軌道電子の励起エネルギーが、特性X線としてではなく  
運動エネルギーとして軌道電子に受け渡される効果
- 数 keVの単一のエネルギースペクトルを持つ電子 (Auger電子) が放出される  
( $\beta$ 崩壊は三体崩壊のため連続スペクトル,  $\nu$ も放出される)
- electron capture (電子捕獲) や internal conversion (内部転換) などの後に起こりやすい
- self-absorption (放射線源自体による吸収) のため検出困難

# §1.9 Neutron Sources

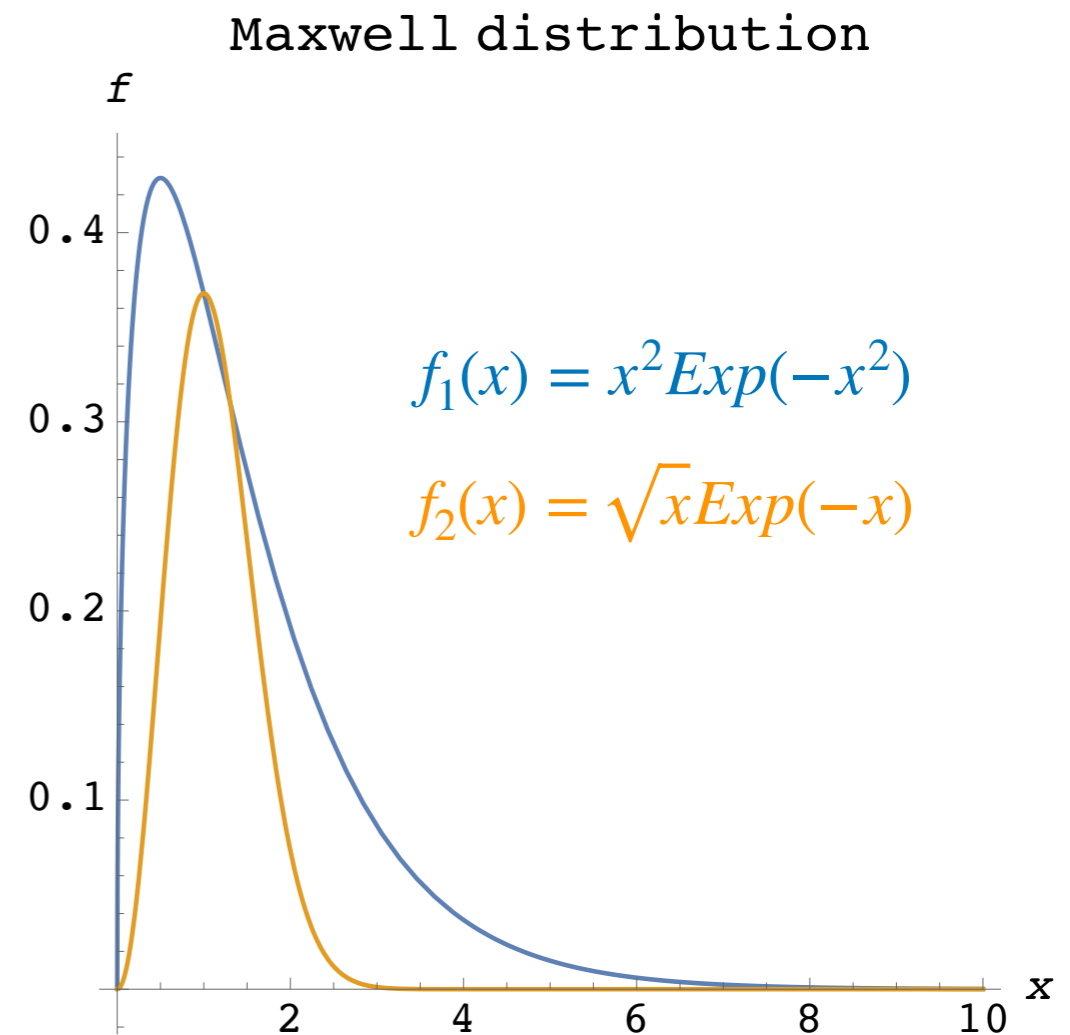
- 実験室で実用されている，天然の中性子源となる同位体は無い
- 中性子を放出する同位体を人工的に作ることは可能
- 実用されている中性子源は，
  - spontaneous fission (自発核分裂)
  - nuclear reaction (核反応)

のいずれか

# §1.9.1 Spontaneous Fission

- transuranium elements (超ウラン元素) からの分裂片の一つとして中性子が放出
- 分裂片は $\beta$ 崩壊・ $\gamma$ 崩壊することも  
→周りを厚い物質で囲むことで、透過力の強い中性子線が得られる

- 典型的な中性子源は $^{252}\text{Cf}$   
(原子炉の運転開始の最初の中性子源など)  
エネルギースペクトルはMaxwell分布に従う



# §1.9.2 Nuclear Reactions

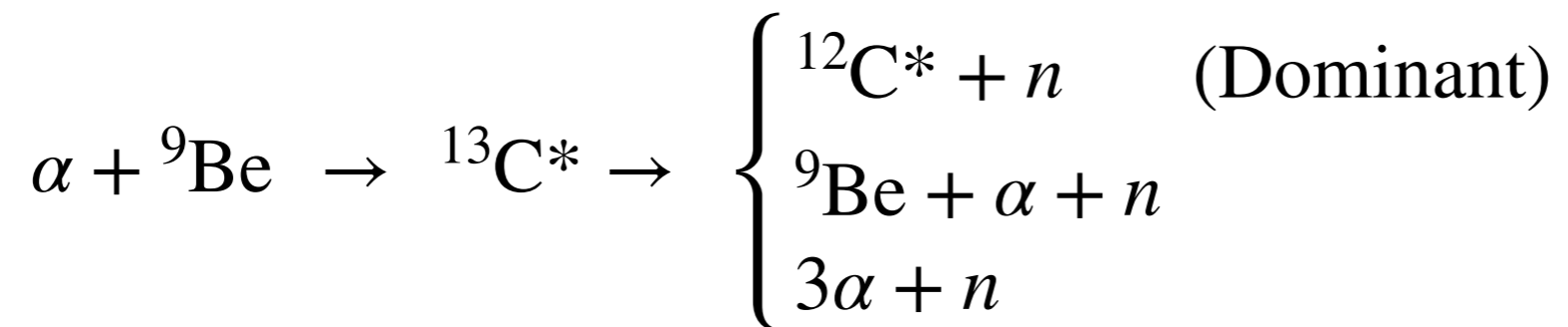
- $(\alpha, n)$ 反応,  $(\gamma, n)$ 反応を用いる
- $(\alpha, n)$ 反応を用いた中性子源は, 以下の核種を混ぜて作られる

反応率が高い標的核種 (Be, B, F, Liなど)

+

強力な $\alpha$ 線源となる核種 ( $^{241}\text{Am}$ ,  $^{242}\text{Cm}$ ,  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{227}\text{Ac}$ など)

- 例:  $^{241}\text{Am}/^9\text{Be}$

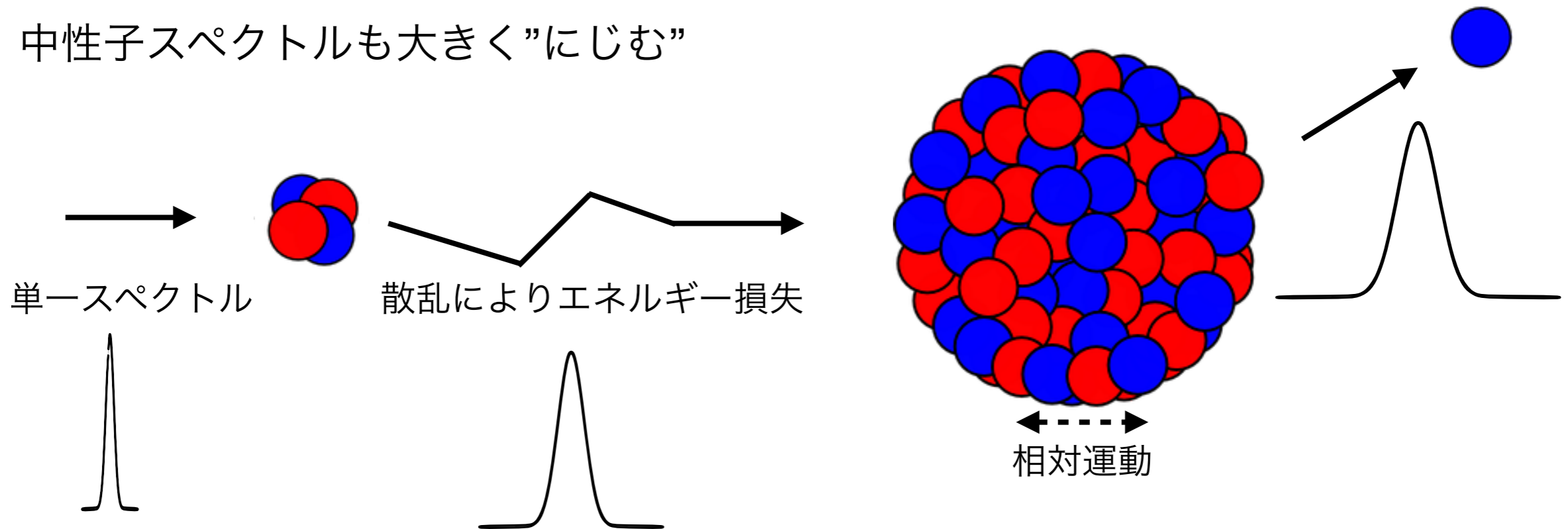


$10^6$ 個の $\alpha$ 粒子につき約70個の中性子が放出

- $^{242}\text{Cm}/^9\text{Be}$ の場合は, より高エネルギーの $\alpha$ 粒子が放出されるため,  
 $10^6$ 個の $\alpha$ 粒子につき約106個の中性子が放出

# §1.9.2 Nuclear Reactions

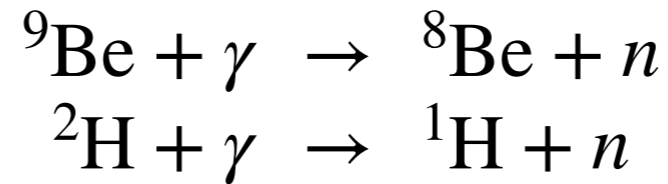
- 理論上 $\alpha$ 粒子は離散的なスペクトルで放出されるため、中性子も離散スペクトルであるはず
- 線源内でのエネルギー損失により、 $\alpha$ 粒子スペクトルに”にじみ”が生じ、中性子スペクトルも大きく”にじむ”



- 標的核 (Beなど) の相対運動により、中性子が幅を持った速度で放出される Doppler broadeningが起き、エネルギーが2MeV程度広がる。  
(標的粒子の熱運動に由来するものを特にthermal Doppler broadeningという)

# §1.9.2 Nuclear Reactions

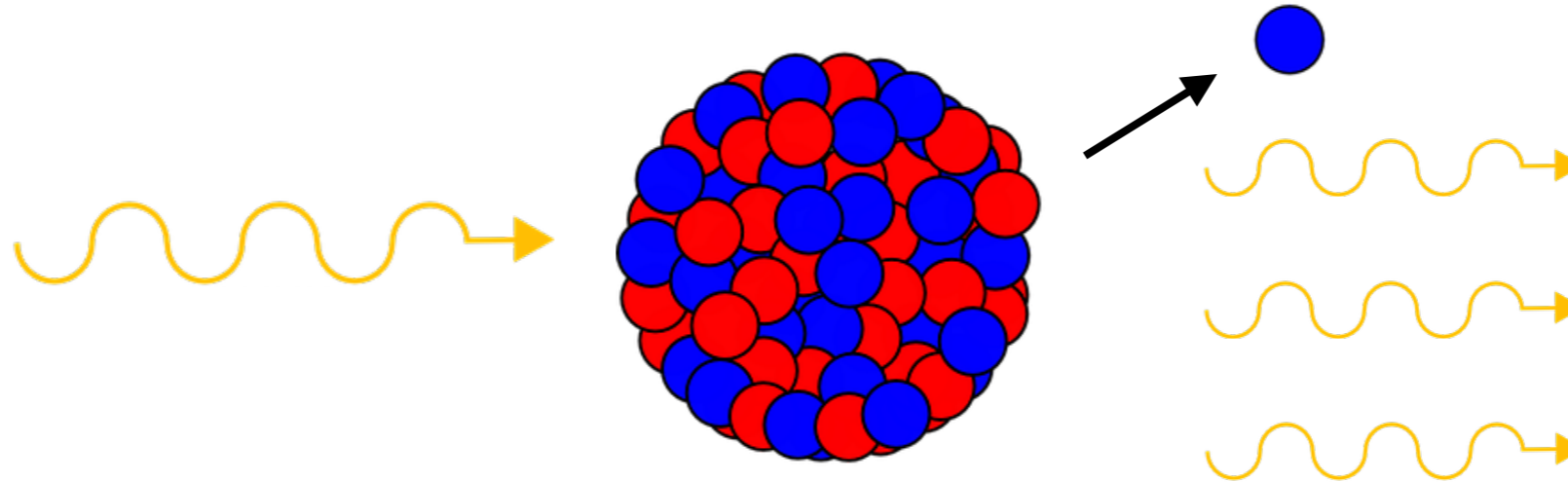
- $(\gamma, n)$ 反応を用いる場合の標的核種は ${}^2\text{H}$ と ${}^9\text{Be}$ のみ



- 長所： $\gamma$ 線は $\alpha$ 線ほどエネルギーを損失しないため、単色の中性子を得られる

- 短所： $(\alpha, n)$ 反応を用いる中性子源より1~2桁強度が小さい

$\gamma$ 線は $\alpha$ 線より透過力が強いいため、大量の $\gamma$ 線がBGとなる



- 詳細はA. O. Hanson: "*Radioactive Neutron Sources*" in *Fast Neutron Physics*, pp.3-48

# §1.10 Source Activity Units

- 放射能 (activity) のは単位時間に起きた崩壊反応の回数で表される
- 放射線 (radiation) は単位時間に放出された放射線の量で表される
- 放射能の単位は放射線の単位は関連付いてはいるが, 完全に同義ではない  
例: 親各種の崩壊反応の結果生じた娘核種からの放射は放射線には計数されるが, 放射能には計数されない
- 放射能と放射線の関係は起きる反応の種類に依存する
- 放射能の単位に, 伝統的に1 gの $^{226}\text{Ra}$ から定められていたCurieが用いられていた  
現在はBecquerel(Bq)が用いられる  
1Bqは1秒に1回原子が崩壊することを表す
- 放射線の単位には, Gray(Gy), Sievert(Sv)などが存在  
人体や物質がうける影響を元に定められている (放射線の単位は§3で後述)



# §1.11 The Radioactive Decay Law

- $N$ を原子核の個数とすると，時間 $dt$ の間に崩壊する個数は

$$dN = -\lambda N dt$$

- $\lambda$ は単位時間の崩壊確率

複数の崩壊チャンネルが存在する場合は，それぞれのチャンネル毎の和

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots$$

- 上式を解くと，

$$N(t) = N(0)\exp(-\lambda t)$$

- 崩壊確率 $\lambda$ の代わりに平均寿命 $\tau_m = 1/\lambda$ を用いることがより実用的

これは原子核の個数が $1/e$ となる時間

- 半減期（個数が半分となる時間） $T_{1/2}$ との関係は

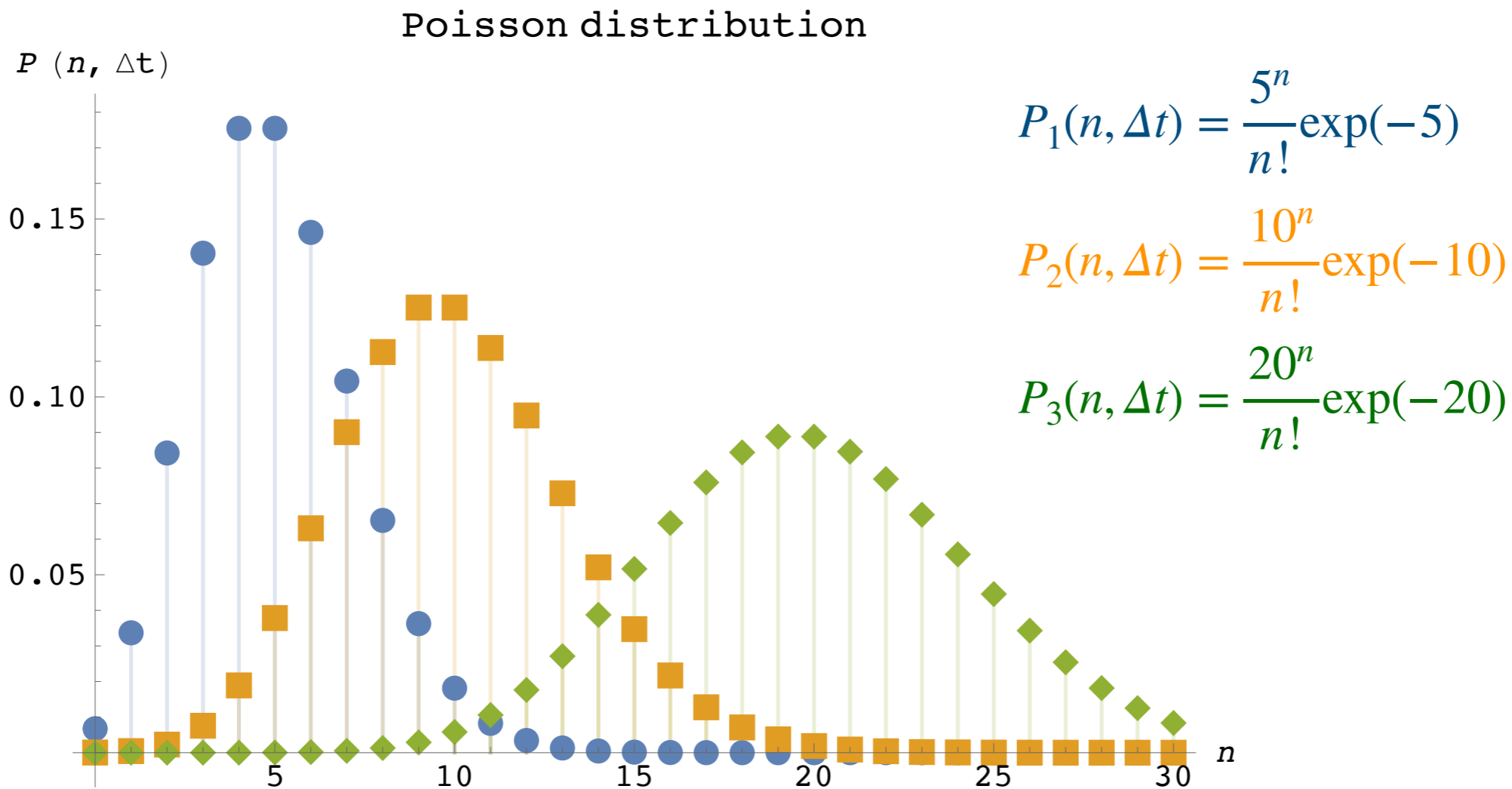
$$T_{1/2} = \tau_m \ln 2$$

# §1.11.1 Fluctuations in Radioactive Decay

- 半減期より十分に短い時間 $\Delta t$ の間に $n$ 回の崩壊が起きる確率はPoisson分布に従う

$$P(n, \Delta t) = \frac{m^n}{n!} \exp(-m)$$

( $m$ は $\Delta t$ の間に崩壊する個数の平均値)

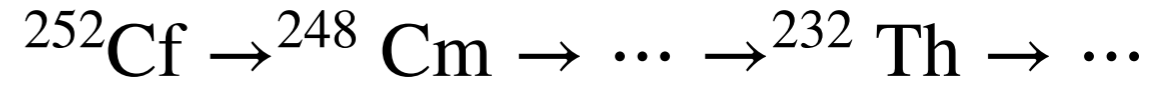


# §1.11.2 Radioactive Decay Chains

- 崩壊した親核種が娘，孫核種へと崩壊する反応がしばしば見られる（崩壊系列）

$\alpha$ 崩壊系列として，

- トリウム系列 ( $A=4n$ )



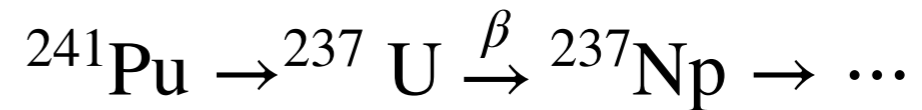
- ウラン（ラジウム系列） ( $A=4n+2$ )



- アクチニウム系列 ( $A=4n+3$ )



- ネプツニウム系列 ( $A=4n+1$ )



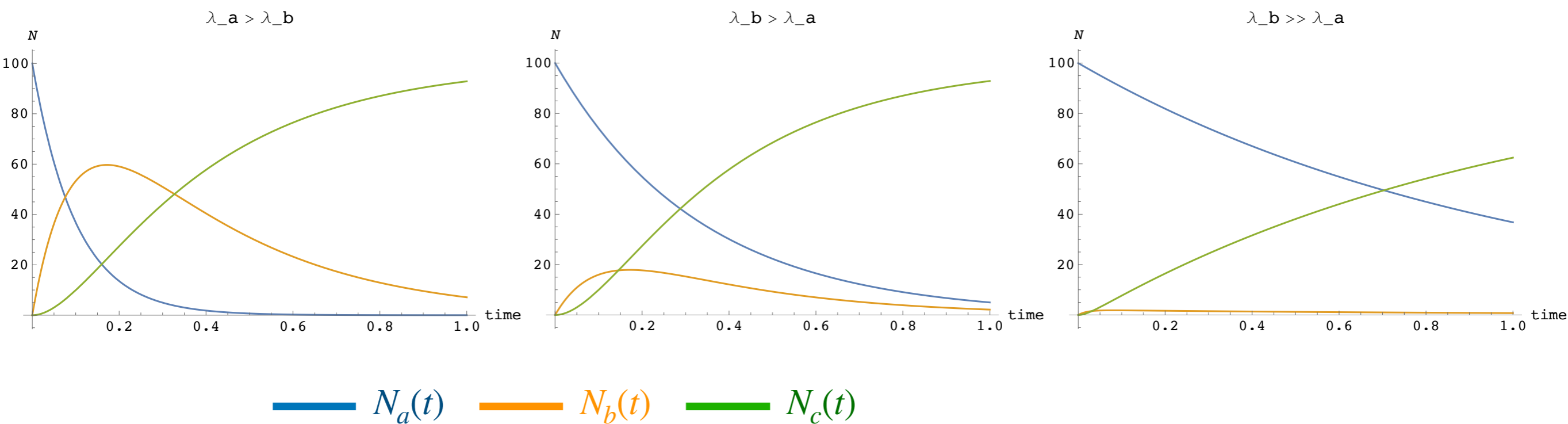
がある

- 同様に $\beta$ 崩壊系列も存在

# §1.11.2 Radioactive Decay Chains

- $A \rightarrow B \rightarrow C$ という順に安定な孫核種 $C$ まで崩壊する系列を考える

$$\begin{cases} \frac{dN_a}{dt} = -\lambda_a N_a \\ \frac{dN_b}{dt} = \lambda_a N_a - \lambda_b N_b \\ \frac{dN_c}{dt} = \lambda_b N_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_a(t) = N_a(0)e^{-\lambda_a t} \\ N_b(t) = N_a(0) \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} [e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}] \\ N_c(t) = N_a(0) \left( 1 + \frac{1}{\lambda_b - \lambda_a} [\lambda_a e^{-\lambda_b t} - \lambda_b e^{-\lambda_a t}] \right) \end{cases}$$



# §1.11.2 Radioactive Decay Chains

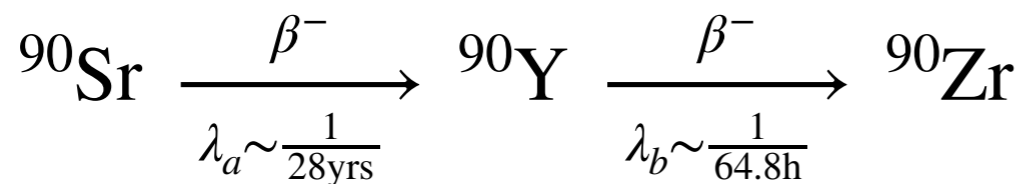
- $N_b$ が最大となるのは  $N_b(t) = N_a(0) \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} [e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}]$  の微分から,

$$t_{max} = \frac{\ln \frac{\lambda_b}{\lambda_a}}{\lambda_b - \lambda_a}$$

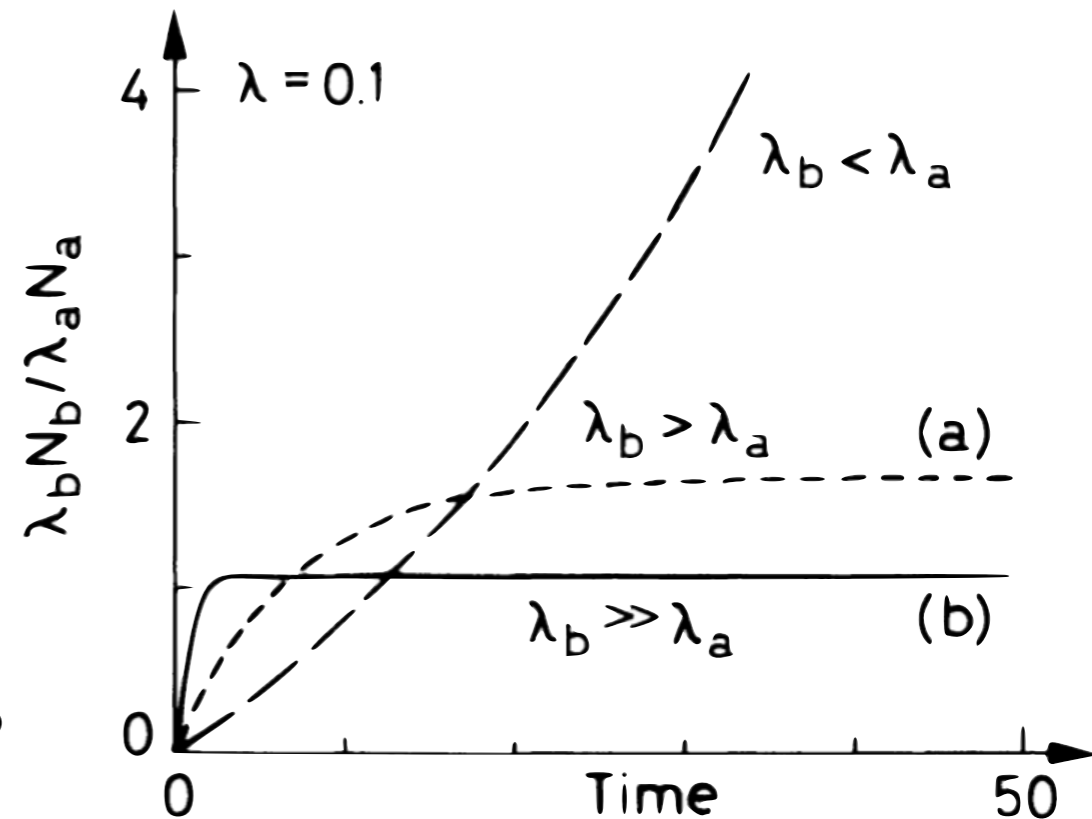
と求まる. この状態をideal equilibrium (放射平衡) という

- $\lambda_b > \lambda_a$  のとき transient equilibrium (過渡平衡)
- $\lambda_b \gg \lambda_a$  のとき secular equilibrium (永続平衡)

- $^{90}\text{Y}$  の割合が一定に保たれるため,



二つ目の崩壊が半減期28年で律速されて見える



# §1.11.3 Radioisotope Production by Irradiation

- 核反応  $A(x, y)B \rightarrow C$  により放射性同位体  $B$  が生成され,  $\lambda_b$  で  $C$  に崩壊

$$\begin{cases} \frac{dN_a}{dt} = -\lambda_a N_a \\ \frac{dN_b}{dt} = -\lambda_b N_b + \lambda_a N_a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_a(t) = N_a(0)e^{-\lambda_a t} \\ N_b(t) = N_a(0) \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} [e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}] \end{cases}$$

となり §1.11.2 の崩壊が連鎖的に起こる場合と同じ結果を得る

## §2.2.4 Scaling Laws for $dE/dx$

- 質量 $M_1$ , 電荷 $z_1$ , 運動エネルギー $T_1$ の粒子のエネルギー損失がわかると,  
同一の媒質内での質量 $M_2$ , 電荷 $z_2$ , 運動エネルギー $T_2$ の粒子のエネルギー損失もわかる

$$-\frac{dE_2}{dx} = \frac{z_2^2 M_1}{z_1^2 M_2} T_2 \times \left( -\frac{dE_1}{dx} \right)$$

## §2.2.4 Scaling Laws for $dE/dx$

- bethe bloch
- 密度効果 (Fermiプラトー)



## §2.2.9 Range

- Number Distance Curve  
すぐに落ちるわけではない

→エネルギー損失の過程が連続的でないため、統計的な振る舞いが見られる

- approximate path range

$$S(T_0) = \int_0^{T_0} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

は実際のRangeより長くなる (ジグザグに進んだ距離の和, クーロン散乱を考慮)

$$R(T_0) = R_0(T_{min}) + \int_{T_{min}}^{T_0} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

- エネルギー損失と同様にスケーリング則に従う

## §2.2.9 Range

- 同一の粒子の異なる媒質での飛程について, Bragg-Kleeman則が知られている

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}}$$

$A$ は質量数 (atomic #) ,  $\rho$ は密度

# Example 2.1

- 宇宙線ミュオンをプラシンで検出
- MIPより速いミュオンはシンチ内で一定のエネルギーを落としていく
- 宇宙線がキャリブレーションに用いられるのはそのため

## §2.3 Cherenkov Radiation

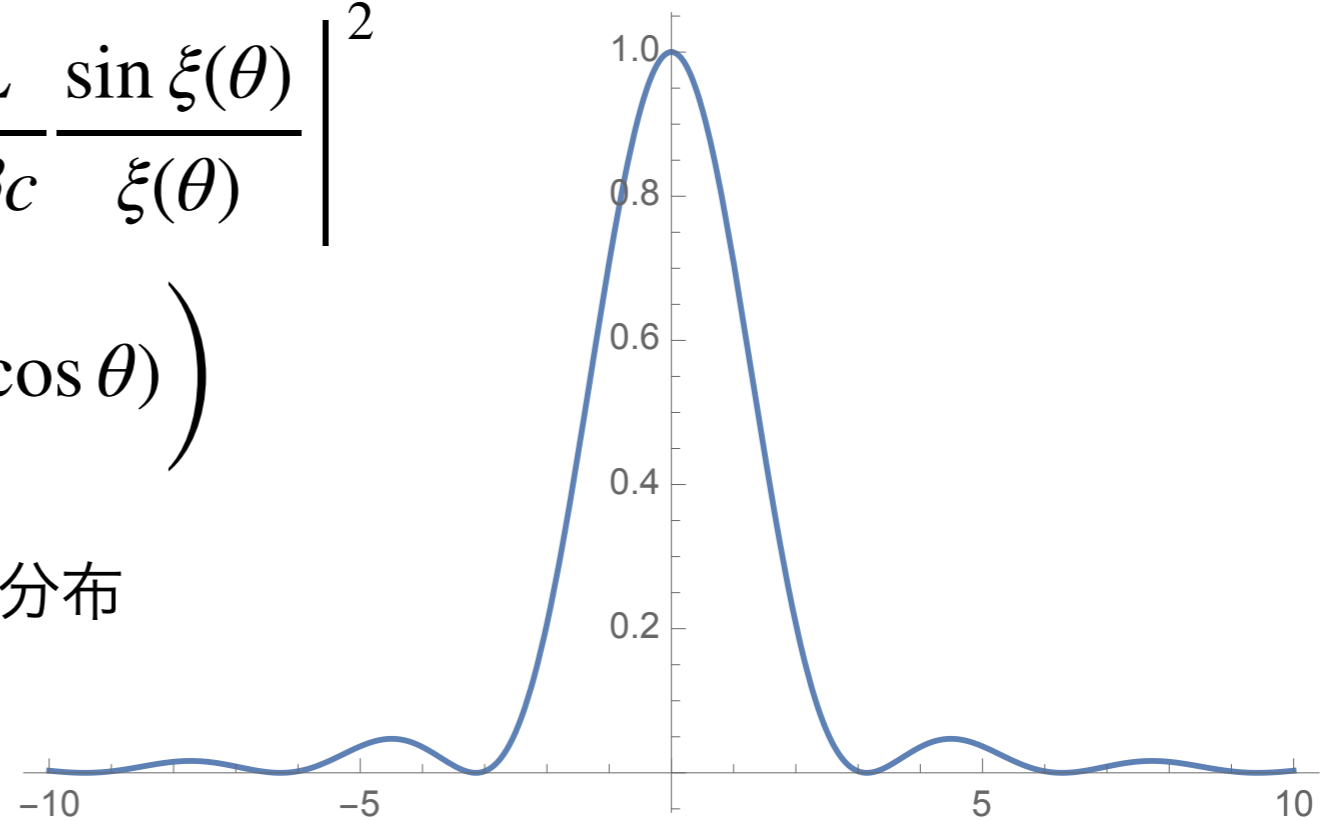
- Cherenkov光の波面は,  $\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n(\omega)}$  方向.
- 方向は粒子の速度と放出される光の振動数に依存
- 単位立体角に単位周波数で放出されるエネルギーは,

$$\frac{d^2 E}{d\omega d\Omega} = z^2 \frac{\alpha \hbar}{c} n \beta^2 \sin^2 \theta \left| \frac{\omega L}{2\pi \beta c} \frac{\sin \xi(\theta)}{\xi(\theta)} \right|^2$$

$$\left( \xi(\theta) = \frac{\omega L}{2\beta c} (1 - \beta n \cos \theta) \right)$$

$\frac{\sin \xi(\theta)}{\xi(\theta)}$  は  $\theta = \cos^{-1} \beta n$  を中心に分布

(Fraunhofer回折のように)



## §2.3 Cherenkov Radiation

- $L$  (媒質の厚さ) が放射の波長より十分長いと, Cherenkov角 $\theta_C$ にピーク
- $\theta_C$ のぼやけがCherenkovリングのぼやけに対応 (?)
- Cherenkov放射によるエネルギー損失は散乱と比べて十分小さい

# §2.4 Energy Loss of Electrons and Positrons

- 数MeVでは、物質電子との相互作用によるエネルギー損失（Bethe-Bloch）より制動放射が小さいが、数十 MeVでは無視できなくなる
- 電子のBethe-Blochの式は,
  - 1.軽質量
  - 2.物質電子との不可弁別性を考慮した補正が必要

※Bremsstrahlungはbrems-straw-longのように読むとそれっぽく聞こえる

## §2.4.2 Energy Loss of by Radiation: Bremsstrahlung

- 単純には，制動放射の断面積は

$$\sigma \propto \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2$$

そのため，電子以外での影響はほとんどない

- 高エネルギーでは軌道電子によるscreening  $\xi$  (screening大で $\xi \simeq 0$ ) の寄与も含めると，

$$d\sigma = 4Z^2 r_e^2 \alpha \frac{d\nu}{\nu} \left( (1 + \epsilon^2) \left[ \frac{\phi_1(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z - f(Z) \right] - \frac{2}{3} \epsilon \left[ \frac{\phi_2(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z - f(Z) \right] \right)$$

- $E_0$  ; 入射電子の全エネルギー
  - $E$  ; 放射後の電子の全エネルギー
  - $h\nu = E_0 - E$  ; 放射エネルギー
  - $\epsilon = E/E_0$
  - $\phi_1(\xi), \phi_2(\xi)$  ; screening  $\xi$  の関数
  - $f(Z)$  ; Coulomb補正を含めたBorn近似
- $$\left( \xi = \frac{100m_e c^2 h\nu}{E_0 E Z^{\frac{1}{3}}} \right)$$

## §2.4.2 Energy Loss of by Radiation: Bremsstrahlung

- screeningとは,  
原子核の作る電場が軌道電子により遮蔽される効果

- 衝突径数bが制動放射に与える影響は？

- エネルギー損失は  $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = N \int_0^{\nu_0} h\nu \frac{d\sigma}{d\nu} d\nu$   $N$ は原子数密度

$$\Phi_{rad} \equiv \frac{1}{E_0} \int h\nu \frac{d\sigma}{d\nu} d\nu \text{ とすると,}$$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = NE_0 \Phi_{rad}$$

これにより,  $\Phi_{rad}$ は $\nu$ によらず, 物質のみの関数となる.



## §2.4.3 Electron-Electron Bremsstrahlung

- 原子核が作る電場ではなく，軌道電子が作る電場による放射がelectron-electron bremsstrahlung
- e-e bremsstrahlung寄与は，§2.4.2での式で， $Z^2$ を $Z$ で置き換えたもので表される
- 合計の断面積は§2.4.2での式で $Z^2$ を $Z(Z + 1)$  ( $= Z^2$  (核)  $+ Z$  (軌道電子)) としたもの

## §2.4.4 Critical Energy

- $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll}$  となるエネルギー  $E_c$  を定める

(別の定義も存在cf.PDG Fig. Two definitions of the critical energy)

- $E_c$ 以下のエネルギーでは散乱によるエネルギー損失が支配的で,  
 $E_c$ 以上では制動放射によるエネルギー損失が支配的

- $$E_c = \frac{800[\text{MeV}]}{Z + 1.2}$$

## §2.4.5 Radiation Length

- 放射によるエネルギー損失によって電子のエネルギーが $1/e$ となる長さ

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = NE_0\Phi_{rad} \text{ から,}$$

$$E = E_0 \exp(-xN\Phi_{rad})$$

放射長は,

$$\frac{1}{L_{rad}} = N\Phi_{rad} \simeq \left[4Z(Z+1)\frac{\rho N_a}{A}\right] r_e^2 \alpha \left[\ln(183Z^{-\frac{1}{3}}) - f(Z)\right]$$

$$L_{rad} = \frac{716.4[\text{g/cm}^2]A}{Z(Z+1)\ln(287/\sqrt{Z})} \quad (\text{He以外について2.5\%以内の精度で一致})$$

- 放射長でエネルギー損失を表すと, 物質の種類に依存しない.

## §2.4.6 Range of Electrons

- 原子核との散乱の影響が大きいため、 $dE/dx$ の積分から得られる飛程と大きく（エネルギーや物質により20~400%）異なる場合がある

## §2.4.7 The Absorption of $\beta$ Electrons

- $\beta$ 線は連続スペクトラムのため、 $\beta$ 線吸収は指数関数的に振る舞う

- 強度は,

$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

- $\mu$ は $\beta$ 線吸収係数
- 指数関数で表されるのは、単純な $\beta$ 崩壊に限られる
- forbidden decay (parity破れのため長寿命) のように $\beta$ 線スペクトラムが複雑なものは、上式で表せない

## §2.5 Multiple Coulomb Scattering

- 軌道電子との非弾性散乱に加え，原子核との弾性クーロン散乱も小確率で存在
- スピンの効果と screening を無視すると，

Rutherfordの式 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z_2^2 z_1^2 r_e^2 \frac{\left(\frac{m_e c}{\beta p}\right)^2}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad \text{に従う}$$

- 大部分は小角に散乱
- 原子核質量が入射粒子比べて大きい→反跳は無視できる とした
- 取り扱い方が衝突の回数  $N$  で 3 分類
  1. Single Scattering (十分薄い標的で一回だけ散乱, Rutherfordの式で記述可能)
  2. Plural Scattering ( $N < 20$ , 取り扱いが難しい)
  3. **Multiple Scattering** ( $N > 20$ , 統計的な取り扱いが可能)

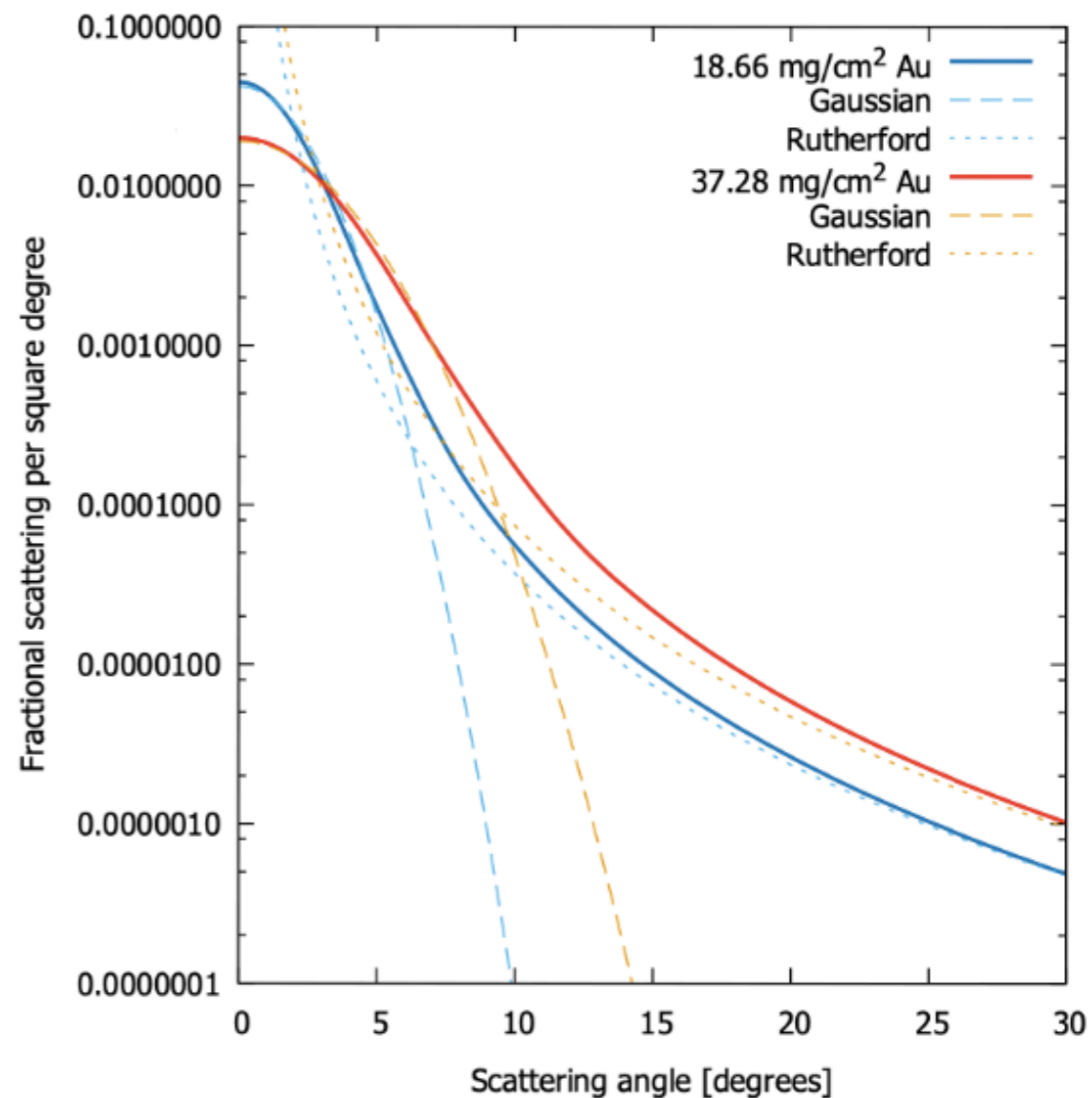
## §2.5 Multiple Coulomb Scattering

- Moliereによる小角度（30degまで）で適用可能な角度分布計算
- 重い元素内での遅い（ $\beta < 0.05$ ）電子は例外

$$P(\theta)d\Omega = \eta d\eta \left( 2 \exp(-\eta^2) + \frac{F_1(\eta)}{B} + \frac{F_2(\eta)}{B^2} + \dots \right)$$

## §2.5.1 Multiple Scattering in the Gaussian Approximation

- 10deg以上でラザフォード
- 10deg以下はガウシアン

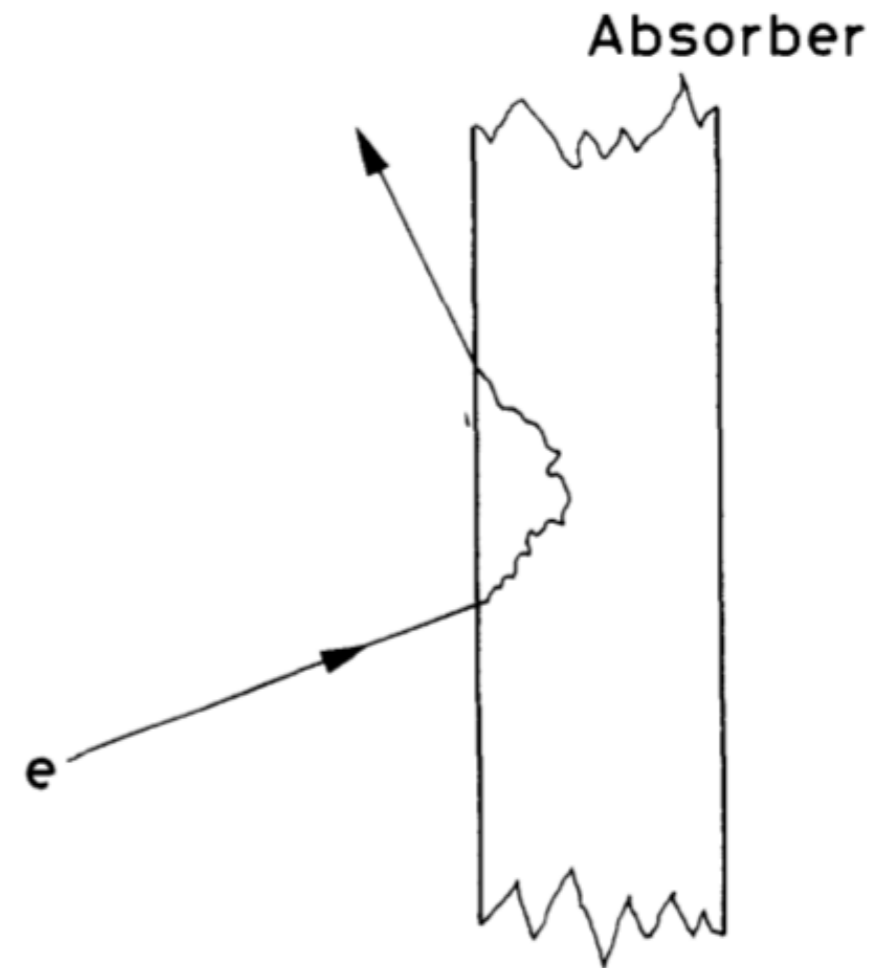




# §2.5.2 Backscattering ion Low-Energy Electrons

- $\eta$ 個数比で計算

## §2.5.2 Backscattering ion Low-Energy Electrons



**Fig. 2.16.** Backscattering of electrons due to large angle multiple scatterings

## §2.6 Energy Straggling: The Energy Loss Distribution

- これまでの議論はエネルギー損失の平均値  $-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$  について
- 実際は、統計的なゆらぎにより平均値と等しくなるとは限らない
- 厚いアブソーバーと薄いアブソーバーで取り扱いが異なる

# §2.6.1 Thick Absorbers: The Gaussian Limit



## §2.6.3 Thin Absorbers: The Landau and Vavilov Theories

- 衝突の回数 $N$ が小さく Central Limit Theorem (中心極限定理) が適用不可

→薄いアブソーバーでは, 大きいエネルギー移行の存在が原因で  
エネルギー損失の分布の計算は困難

- 重い粒子 ( $M \gg m_e$ ) での最大のエネルギー移行 $W_{max}$ は

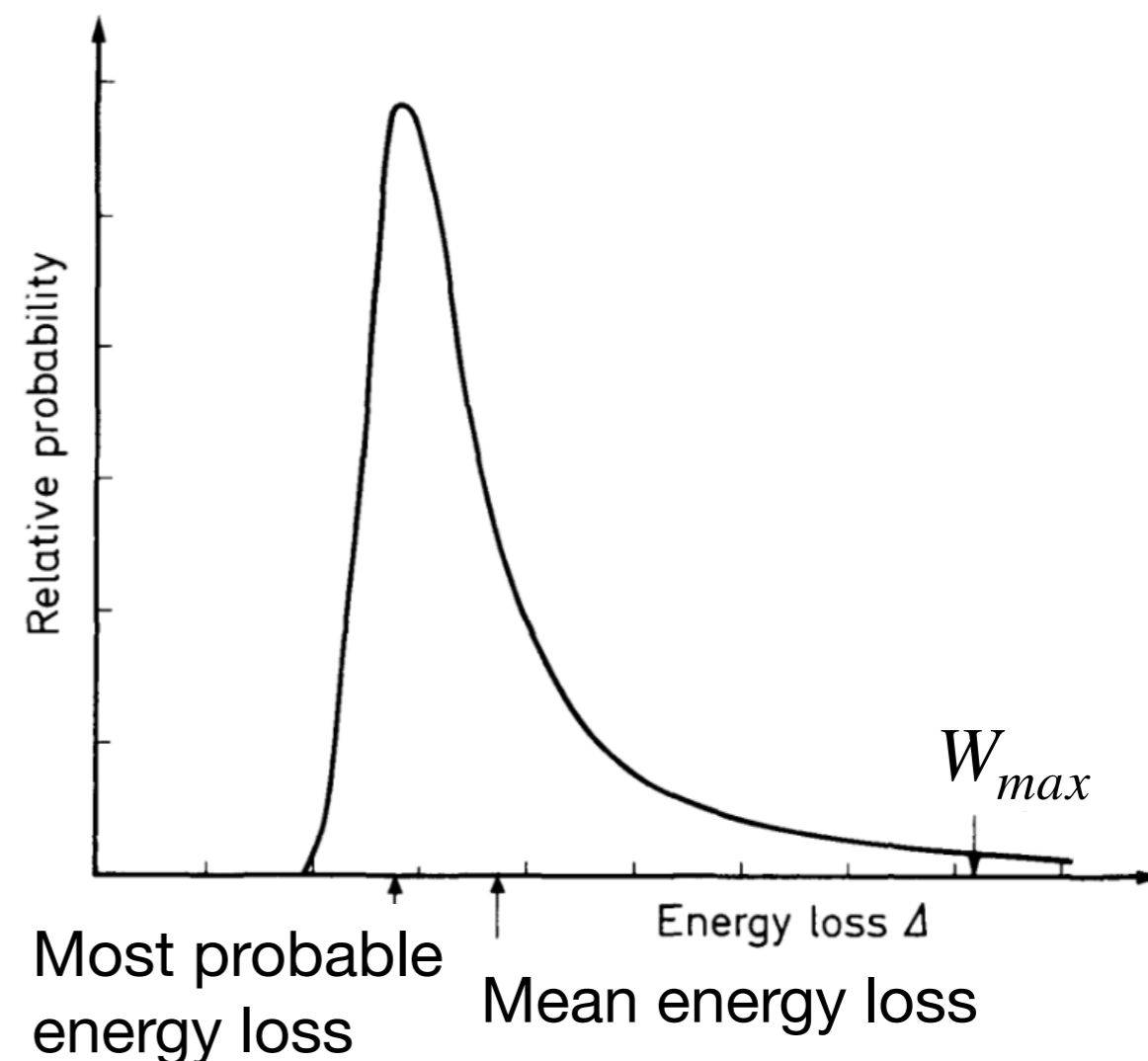
$$W_{max} = \frac{2m_e c^2 (\beta\gamma)^2}{1 + 2\frac{m_e}{M} \sqrt{1 + (\beta\gamma)^2} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2} \simeq 2m_e c^2 (\beta\gamma)^2$$

- (例) MIP (minimum ionizing particle) 領域 ( $\beta\gamma = 1, m_\mu = 1\text{GeV}/c^2$ ) の $\mu$ 粒子

$$2m_e c^2 (\beta\gamma)^2 = 2 \times 0.511[\text{MeV}]/c^2 \times c^2 \times 10^2 \sim 100[\text{MeV}] \ll p_\mu c = 1[\text{GeV}]$$

## §2.6.3 Thin Absorbers: The Landau and Vavilov Theories

- 対して，軽い電子では最大半分のエネルギー損失も存在（加えて制動放射も）
- 大きいエネルギー損失が起きる確率は小さいが，エネルギー損失の確率が高エネルギー側に尾を引いた形になる (Fig.2.18)
- 最頻エネルギー損失 (Most probable) と平均エネルギー損失 (Mean) が不一致



## §2.6.3 Thin Absorbers: The Landau and Vavilov Theories

- エネルギー損失の分布についての理論計算はLandau, SymonとVavilovが行った
- 共に適用限界が存在し, 平均エネルギー損失 $\bar{\Delta}$ と $W_{max}$ の比 $\kappa$ を用いて評価

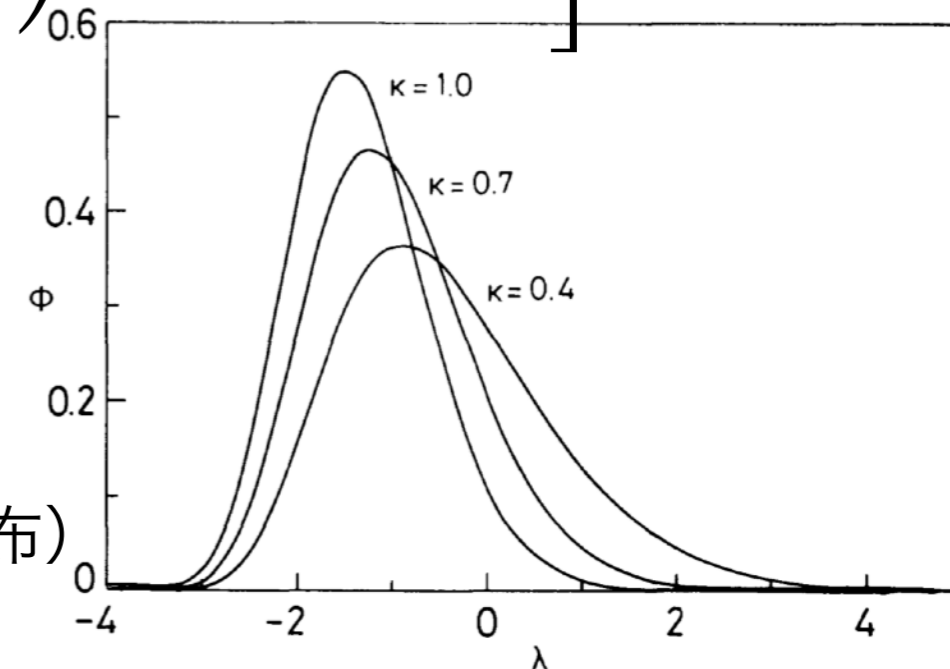
$$\kappa = \frac{\bar{\Delta}}{W_{max}}$$

- 平均エネルギー損失 $\bar{\Delta}$  ( $\simeq \xi$ )はBethe-Blochの一部分を用いて表現される

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{z}{\beta}\right)^2 \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

$$\longrightarrow \bar{\Delta} \simeq \xi = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{z}{\beta}\right)^2 x$$

- 薄いアブソーバー領域は $\kappa < 10$
- $\kappa > 1$ でガウス分布に近づく (図は後述のVavilov分布)



# §2.6.3-(1) Thin Absorbers: Landau's Theory

- Landauによる計算は $\kappa \leq 0.01$ で成立. 以下を仮定
  1.  $W_{max}$ の上限なし ( $W_{max} \rightarrow \infty$ で $\kappa \rightarrow 0$ となる)
  2. 電子を自由電子として扱い, 小さいエネルギー損失は無視  
(エネルギー損失の下限:  $\varepsilon$ )
  3. 粒子は等速で進み続ける

$$f(x, \Delta) = \frac{\phi(\lambda)}{\xi} = \frac{1}{\xi} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-u \ln u - u\lambda) \sin \pi u du$$

$$\left( \lambda = \frac{1}{\xi} \left[ \Delta - \xi (\ln \xi - \ln \varepsilon + 1 - C) \right] \quad (C = 0.577... : \text{Euler's const.}) \right)$$

$$\left( \ln \varepsilon = \ln \frac{(1 - \beta^2) I^2}{2mc^2 \beta^2} + \beta^2 \right)$$



## §2.6.3-(1) Thin Absorbers: Landau's Theory

- 関数 $\phi(\lambda)$ の評価からmost probable energy loss (最頻エネルギー損失)  $\Delta_{\text{mp}}$  は

$$\Delta_{\text{mp}} = \xi \left[ \ln \left( \frac{\xi}{\varepsilon} \right) + 0.198 - \delta \right] \quad (\delta: \text{密度効果による補正})$$

- Landau分布として, 以下の式,

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{x + \exp(-x)}{2} \right)$$

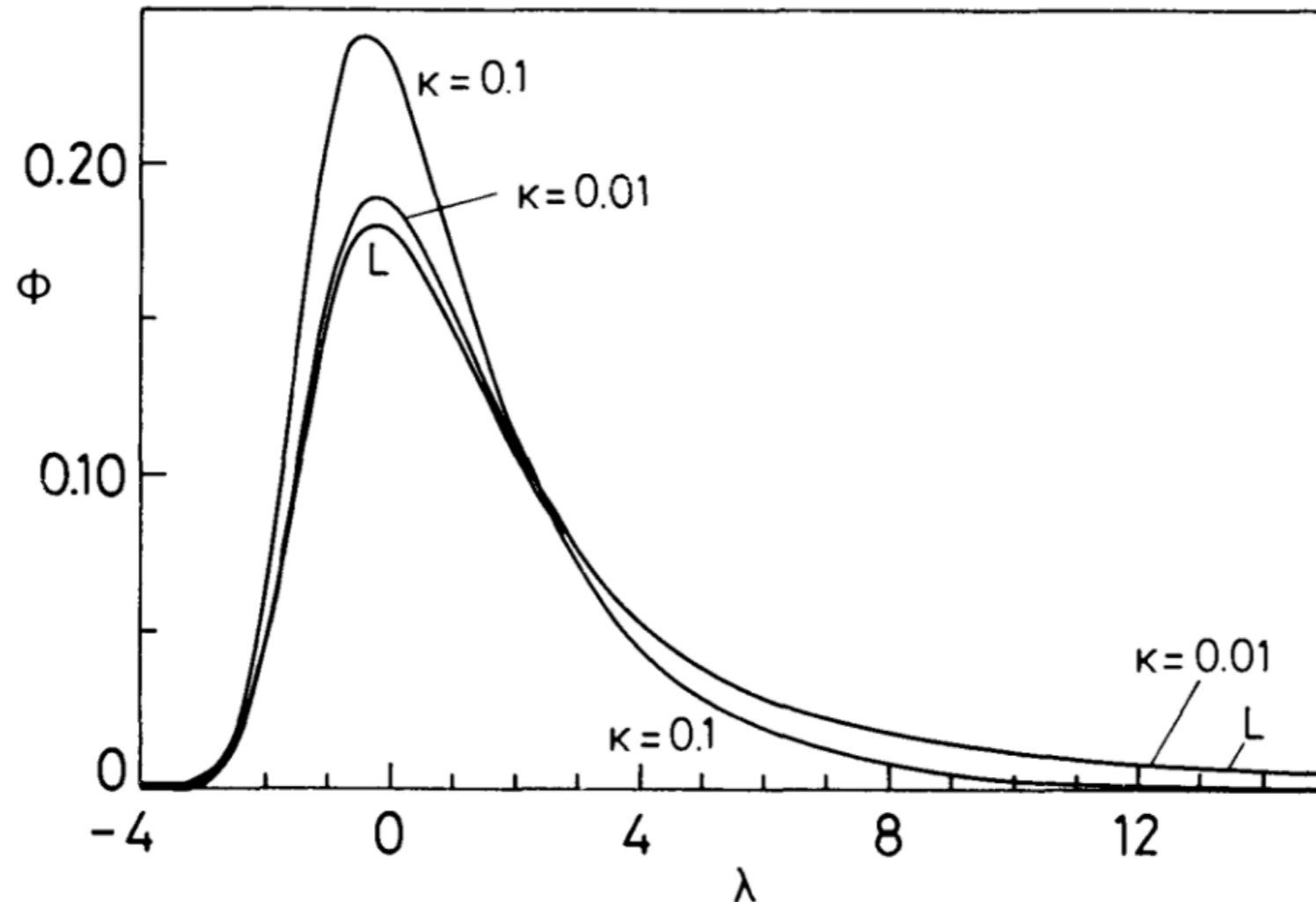
が用いられることがあるが, 最頻値が0, 裾が指数減少してしまう等Landau分布とは一致しない

## §2.6.3-(2) Thin Absorbers: Symon's and Vavilov's Theory

- 中程度の $\kappa$ についての理論
- Symonの理論はグラフでのみ表現されており，計算に用いるには不便
- Vavilovの理論はLandauの理論に基づく
  1.  $W_{\max}$ の上限なし → 最大移行エネルギーも考慮に入れる
  2. 電子を自由電子として扱い，小さいエネルギー損失は無視  
(エネルギー損失の下限： $\varepsilon$ )
  3. 粒子は等速で進み続ける
- $\kappa \rightarrow 0$ でLandau分布， $\kappa \rightarrow \infty$ でGauss分布に移行可能

## §2.6.3-(2) Thin Absorbers: Symon's and Vavilov's Theory

- 小さい $\kappa$ でのVavilov分布 ( $\kappa = 0.1, 0.01$ ) とLandau分布 (L) の比較



- Gauss分布の極限 (十分大きい $\kappa$ ) では, 標準偏差 $\sigma$ は

$$\sigma^2 = \frac{\xi}{\kappa} \frac{1 - \beta^2}{2}$$

で与えられる

## §2.6.3-(3) Thin Absorbers: Corrections

- Landau分布とVavilov分布に対して，補足的な計算が与えられている
- Landau分布に軌道電子の寄与を含ませるものがBlunckとLeisegangにより与えられている
- Vavilov分布については同様のものがShulekによって与えられた

# §2.7 The Interaction of Photons

- 光子は電荷を持たないため、荷電粒子において特徴的な軌道電子との非弾性散乱を行うことがない
- 物質とX線,  $\gamma$ 線との反応は主に
  - 1.光電効果
  - 2.Compton散乱 (Thomson散乱・Rayleigh散乱を含む)
  - 3.対生成
- 他に, 本書では議論の対象外の
  4. $(n, \gamma)$ などの原子核との反応も存在

# §2.7 The Interaction of Photons

- X線,  $\gamma$ 線と物質との特徴

1. 荷電粒子と比較して非常に透過力が強い

- 光電効果, 散乱, 対生成の断面積が荷電粒子のものとは比べて小さい

2. エネルギーが減少するのではなく, 強度が減少する

- 上記の反応により光子はビームから取り除かれる
- Compton散乱では光子は残るが別の方向に進む

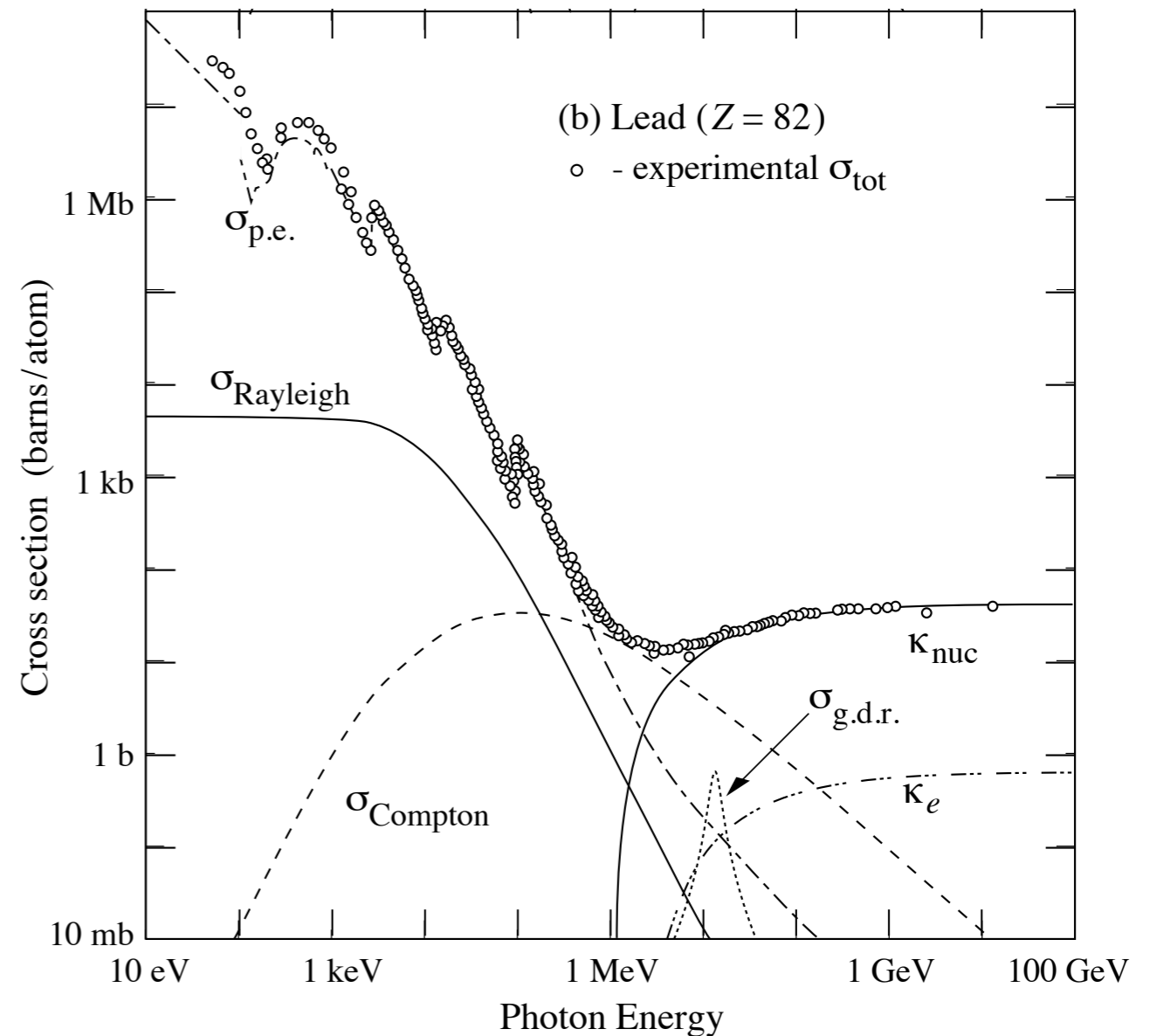
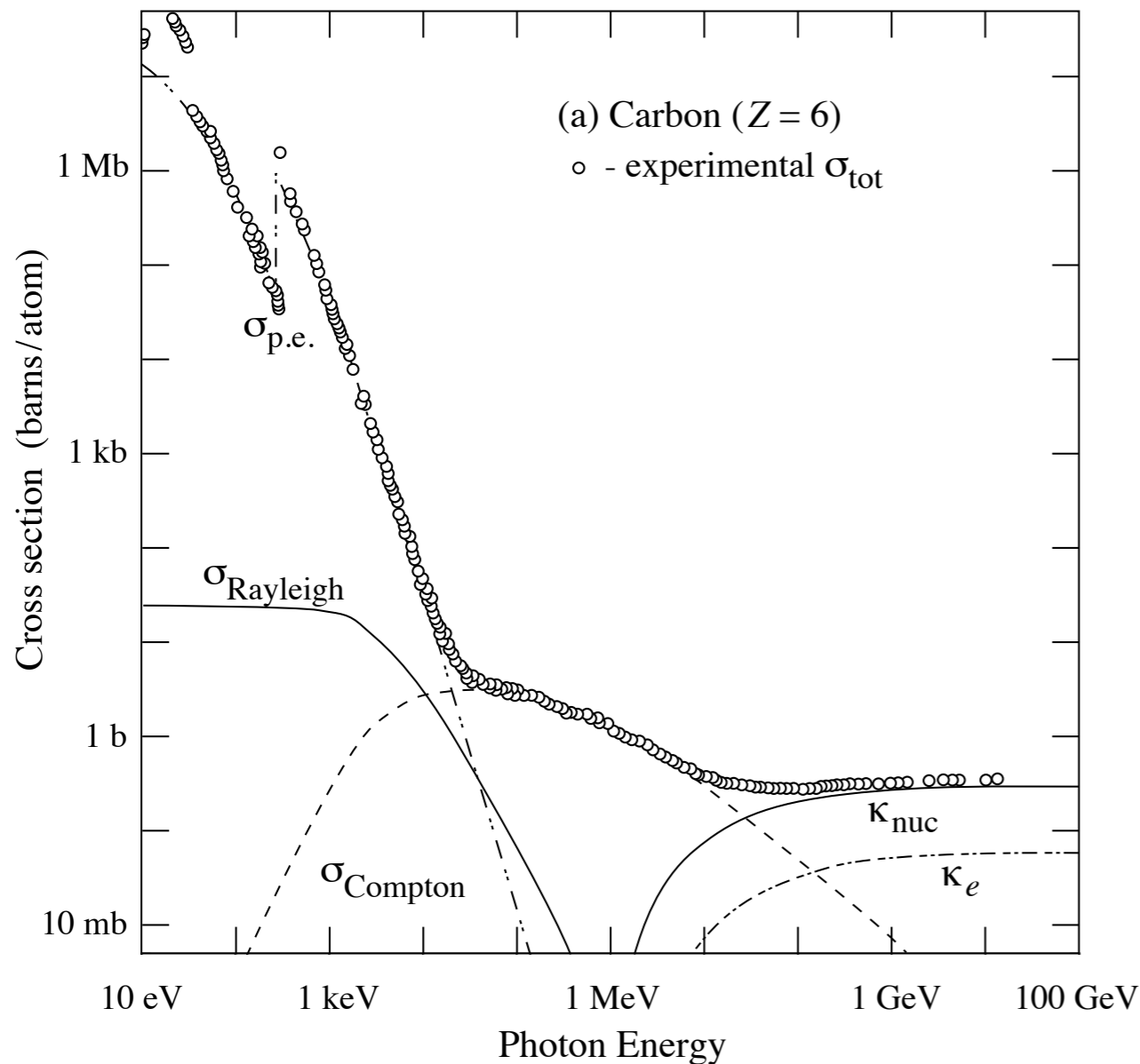
→ まっすぐ飛来した光子は, 何の反応も受けていない光子

- 光子の強度  $I(x)$  はアブソーバーの厚さ  $x$  に対して指数関数的に減少する

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$$

- 吸収係数  $\mu$  は物質に固有の値で合計断面積と関係する (§2.7.5)

# §2.7 The Interaction of Photons



- $\sigma_{\text{p.e.}}$  = Atomic photoelectric effect (electron ejection, photon absorption)
- $\sigma_{\text{Rayleigh}}$  = Rayleigh (coherent) scattering—atom neither ionized nor excited
- $\sigma_{\text{Compton}}$  = Incoherent scattering (Compton scattering off an electron)

- $\kappa_{\text{nuc}}$  = Pair production, nuclear field
- $\kappa_e$  = Pair production, electron field
- $\sigma_{\text{g.d.r.}}$  = Photonuclear interactions, most notably the Giant Dipole Resonance [51]. In these interactions, the target nucleus is broken up.

## §2.7 The Interaction of Photons

- 高エネルギーでは複数の散乱中心間の量子力学的な干渉の効果により、散乱断面積が変化（多くの場合で抑制的（LPM効果））
- 高エネルギーの光子・電子（対生成により生じたもの）が分裂して見える
- さらに高エネルギー（およそ $10^{20}$ eV以上、制動放射と対生成がLPM効果により抑制される）では、光核反応電磁相互作用に比べてが準支配的となる
- 反応がコヒーレントになる（とは？、cf.PDG）



# §2.7.1 Photoelectric Effect

- 光電効果…光子を吸収し軌道電子を放出
- 電子レンジにアルミホイルを入れると、火花が出るのは、光電効果ではないらしい  
AIの仕事関数  $\sim 4 \text{ eV}$  に対し、電子レンジは  $\sim \mu\text{eV}$

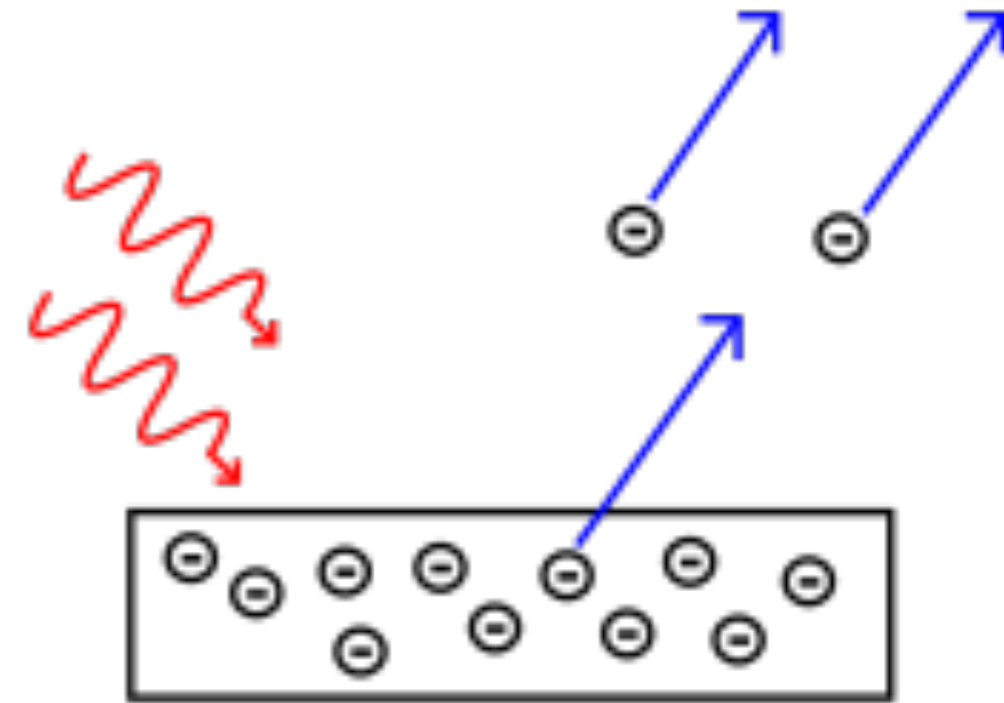


<https://bit.ly/2WEV5Ih>

- 放出された電子のエネルギーは

$$E = h\nu - B.E.$$

- B.E. は電子の結合エネルギー（仕事関数）
- 自由電子では運動量保存則を満たしたまま光子の吸収をできない
- 原子核が反跳運動量を担う

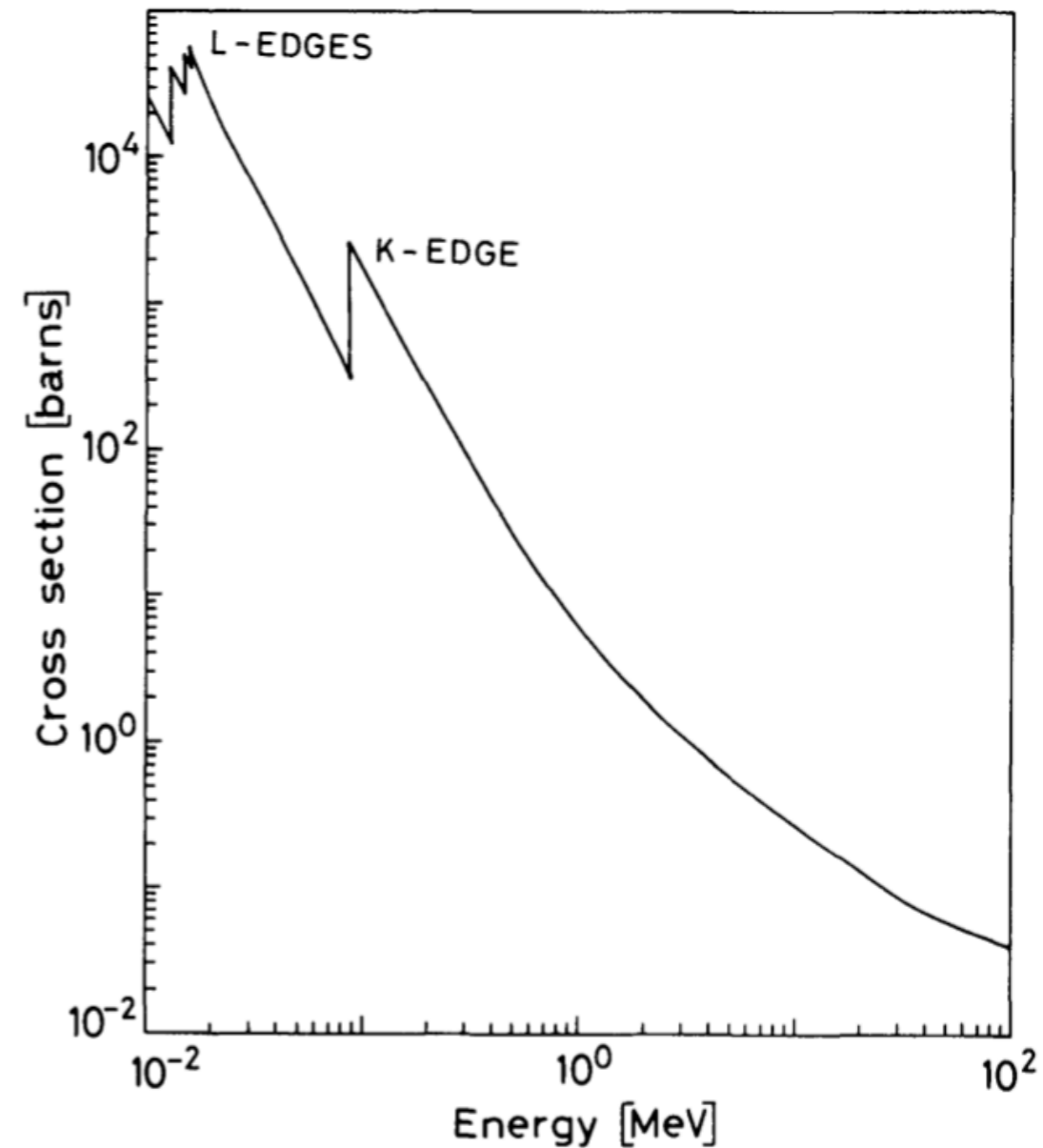


[https://en.wikipedia.org/wiki/Photoelectric\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Photoelectric_effect)

# §2.7.1 Photoelectric Effect

- 高エネルギー側では断面性が小さい
- K殻電子のエネルギーが近づくにつれ断面積が増加
- K殻電子のエネルギーを超えると、断面積が急激に減少  
(エネルギーがK殻電子の放出には不十分)
- L殻電子のエネルギーが近づくにつれ断面積が増加

⋮



## §2.7.1 Photoelectric Effect

- 軌道電子のDirac波動関数が複雑なため、光電効果を厳密に取り扱うことは困難
- エネルギーが非相対論的 ( $h\nu \ll m_e c^2$ ) である場合は、Born近似により計算可能
- 断面積  $\Phi_{\text{photo}}$  は,

$$\Phi_{\text{photo}} = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \phi_0 \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} \quad /1\text{atom}$$

$$\left( \phi_0 = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 6.651 \times 10^{-25} \text{ [cm}^2\text{]} \right)$$

- $\Phi_{\text{photo}}$  は原子番号  $Z$  について,

$$\Phi_{\text{photo}} \propto Z^5$$

# §2.7.1 Photoelectric Effect

- K殻電子に近いエネルギー領域では,

$$\Phi_{\text{photo}} = \phi_0 \frac{2^7 \pi (137)^3}{Z^2} \left[ \frac{\nu_k}{\nu} \right]^4 \frac{\exp(-4\xi \cot^{-1} \xi)}{1 - \exp(-2\pi\xi)} \quad /1 \text{ atom}$$

$$\left( \begin{cases} \nu_k = \frac{(Z - 0.03)^2 m_e c^2 \alpha^2}{2h} \\ \xi = \sqrt{\frac{\nu_k}{\nu - \nu_k}} \end{cases} \right)$$

- $\nu$ が $\nu_k$ に近いときは,  $\xi \gg 1$ となり,

$$\Phi_{\text{photo}} = \phi_0 \frac{6.3 \times 10^{-18}}{Z^2} \left( \frac{\nu_k}{\nu} \right)^{\frac{8}{3}} \quad /1 \text{ atom}$$

- $\Phi_{\text{photo}}$ は原子番号 $Z$ について,

$$\Phi_{\text{photo}} \propto Z^4$$

# §2.7.1 Photoelectric Effect

- MeV領域では断面積は $Z^4 \sim Z^5$ に依存する
  - 大きい原子番号の元素の方が断面積が大きい
  - このことは $\gamma$ 線検出器の材料を選ぶ際に重要となる

## §2.7.2 Compton Scattering

- 実際の電子は束縛されているが、光子のエネルギーが束縛エネルギーに対して十分大きいときは、自由電子との散乱とみなせる

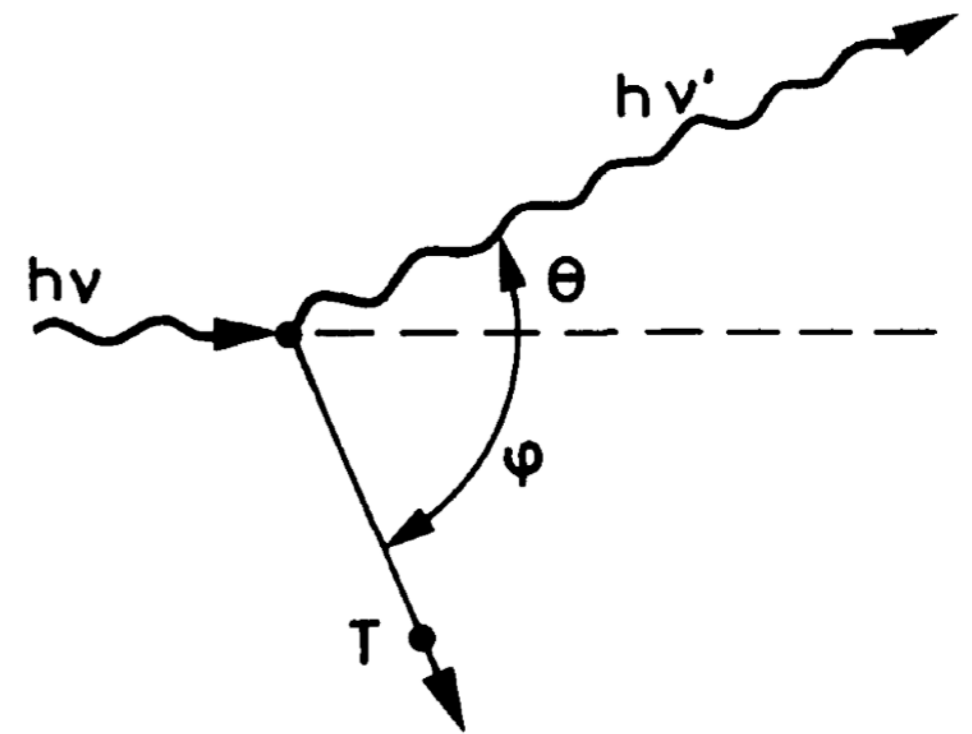
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)}$$

$$T = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos \theta)}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)}$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{2}{(1 + \gamma)^2 \tan^2 \varphi + 1}$$

$$\cot \varphi = (1 + \gamma) \tan \frac{\theta}{2}$$

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$



## §2.7.2 Compton Scattering

- 微分散乱断面積はKlein-仁科の公式により与えられる

$$\bullet \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos \theta)]^2} \left[ 1 + \cos^2 \theta + \frac{\gamma^2(1 - \cos \theta)^2}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \right]$$

## §2.7.2 Compton Scattering

- Compton scattered cross section  $\sigma^s$  と Compton absorption cross section  $\sigma^a$
- $\sigma^s$  は Compton 散乱の微分断面積  $d\sigma_c$  のうち散乱後のエネルギーの割合

- $$\frac{d\sigma^s}{d\Omega} = \frac{h\nu'}{h\nu} \frac{d\sigma_c}{d\Omega}$$

- $$\frac{d\sigma^a}{d\Omega} = \frac{T}{h\nu} \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \quad (?)$$



## §2.7.2 Compton Scattering

- Compton散乱電子のエネルギー分布は

- $\frac{d\sigma}{dT}$

- 電子の最大反跳エネルギーは

- $T_{max} = h\nu \left( \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \right)$

# §2.7.2 Compton Scattering

- Thomson散乱
  - …自由電子との弾性散乱. 古典極限
- Compton散乱
  - …自由電子との非弾性散乱
- Rayleigh散乱
  - …原子などの光の波長よりも小さい粒子による弾性散乱.

# §2.7.3 Pair Production

- あ

# §2.7.4 Electron-Photon Showers

- あ

# §2.7.5 The Total Absorption Coefficient and Photon Attenuation

- あ

# §2.8 The Interaction of Neutrons

- あ

# §2.8.1 Slowing Down of Neutrons: Moderation

- あ

# §3 Radiation Protection: Biological Effects of Radiation

- あ



# §3.1.1 The Roentgen

- Roentgen
- $1\text{cm}^3$ あたり  $1\text{esu}$ の電荷がイオン化
- esuとは？
  
- 照射線量率 exposure rate
  
- 空気無視？吸収を考慮

## §3.1.2

- グレイ Gy 吸収線量

# §3.1.3

- 生物効果比RBE線の種類によって重みつけ

## §3.1.4

- 等価線量
- Sv

# §3.1.5

- 臓器ごとに重み付け

# §3.2

- 環境放射線

# §3.3

- 生物学的影響

# §3.3.1

- 短期的に大量に浴びると
- 回復に要する日数
- 体ごとの閾値
- 閾値とは???



## §3.3.2

- 低レベルの被曝
- 職業ごと

# §3.4

- ICRPの課す上限

# §3.5

- 防護

# §3.6

- 実験室において

# §4 Statistics and the Treatment of Experimental Data

- あ

## §4.2.4

- $\chi^2$ 分布

# §4.3

- 実験における誤差
- 系統誤差

# §4.4

- 標本調査
- 最尤法MLEについて



# §4.4.1

- 平均
- 分散
- 共分散

## §4.4.2

- 最尤法
- 確率分布が既知の場合に適用可能
- likelihood function (尤度関数)  $L$ が最大となる $\theta$ を求める
- 解は $\hat{\theta}$
- $\theta$ と区別
- $\hat{\theta}$ の誤差
- 式4.32, 4.34

## §4.4.2

- $dL/d\theta=0$ と $dL^*/d\theta=0$ は同値

# §4.5

- 実際の適用例 (example)

# §4.5.4

- null experiments

# §4.6 Propagation of Errors

- ここまでは、直接測定できる量の誤差についてみてきた
- 直接測定する量から他の量を求める場面はよくある  
→ 誤差の伝搬について考えることが重要
- $x$  (誤差 $\sigma_x$ ) と  $y$  (誤差 $\sigma_y$ ) の2変数関数  $u = f(x, y)$  を考える  
(さらなる多変数への拡張は容易. ひとまず2変数)
- $u$  の標準偏差  $\sigma_u$  を  $\sigma_x$  と  $\sigma_y$  の関数として表したい  
(直接測定した  $\sigma_x$  と  $\sigma_y$  が, 計算された  $\sigma_u$  にどのように影響を及ぼすかを知りたい)

$$\sigma_u^2 \equiv E \left[ (u - \bar{u})^2 \right]$$

と定義される

# §4.6 Propagation of Errors

- $(u - \bar{u})$ を一次の項まで展開

$$(u - \bar{u}) \simeq (x - \bar{x}) \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}} + (y - \bar{y}) \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\bar{y}}$$

- $\sigma_u$ の定義式(4.61)に代入すると,

$$E \left[ (u - \bar{u})^2 \right] \simeq E \left[ (x - \bar{x})^2 \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + (y - \bar{y})^2 \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + 2(x - \bar{x})(y - \bar{y}) \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

- それぞれの項に対応させた期待値  $E$  を取ると,

$$\sigma_u^2 \simeq \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + 2\text{cov}(x, y) \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}$$

$\text{cov}(x, y)$ は $x, y$ の共分散

# §4.6 Propagation of Errors

- 多くの物理実験では測定量の共分散は0となる/0となるようにする

$$\sigma_u^2 \simeq \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2$$

- 相関を考える必要がある場合…同一のデータセットから複数の値を得るとき
  - fittingの結果 (§4.7.2)
  - データから平均値と分散を得るとき  
(但し, ガウス分布の場合の相関は0)



# §4.6.1 Examples

- $u = f(x, y)$ の実例を見ていく

i) 和  $u = x + y$

$$\sigma_u^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\text{cov}(x, y)$$

ii) 差  $u = x - y$

$$\sigma_u^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\text{cov}(x, y)$$

共分散が0であるとき  
これらの誤差は等しい

- ( $u$ が小さくなるため) 相対誤差は差の場合大きくなる  
→差を測定するときは直接測定するべき

# §4.6.1 Examples

- $u = f(x, y)$  の実例を見ていく

iii) 積  $u = xy$

$$\sigma_u^2 \simeq y^2 \sigma_x^2 + x^2 \sigma_y^2 + 2xy \operatorname{cov}(x, y)$$

- 相対誤差は

$$\frac{\sigma_u^2}{u^2} \simeq \frac{\sigma_x^2}{x^2} + \frac{\sigma_y^2}{y^2} + 2 \frac{\operatorname{cov}(x, y)}{xy}$$

iv) 比  $u = \frac{x}{y}$  (相対誤差が大きすぎない場合にのみ有効)

$$\sigma_u^2 \simeq y^{-2} \sigma_x^2 + x^2 y^{-4} \sigma_y^2 - 2xy^{-3} \operatorname{cov}(x, y)$$

- 相対誤差は

$$\frac{\sigma_u^2}{u^2} \simeq \frac{\sigma_x^2}{x^2} + \frac{\sigma_y^2}{y^2} - 2 \frac{\operatorname{cov}(x, y)}{xy}$$

# Example 4.6

- 核子の偏極を測定する古典的(?)な方法

- 標的から散乱された角度分布の非対称度  $\varepsilon = \frac{R - L}{R + L}$  を測定

- $R, L$  はそれぞれ入射方向から左右に等しい角度に散乱された粒子の個数

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial R} = \frac{1}{R + L} - \frac{R - L}{(R + L)^2} = \frac{2L}{N_{\text{tot}}^2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial L} = -\frac{1}{R + L} - \frac{R - L}{(R + L)^2} = -\frac{2R}{N_{\text{tot}}^2}$$

$$\sigma^2(\varepsilon) \simeq \frac{4L^2}{N_{\text{tot}}^4} \sigma_R^2 + \frac{4R^2}{N_{\text{tot}}^4} \sigma_L^2 \quad (\text{独立な測定のため共分散は0})$$

- Poisson分布から  $\sigma_R^2 = R, \sigma_L^2 = L$

# Example 4.6

- よって誤差は

$$\sigma^2(\varepsilon) \simeq \frac{4L^2}{N_{\text{tot}}^4} \sigma_R^2 + \frac{4R^2}{N_{\text{tot}}^4} \sigma_L^2 = 4 \frac{(L^2R + R^2L)}{N_{\text{tot}}^4} = 4 \frac{RL}{N_{\text{tot}}^3}$$

- $R \simeq L \simeq N_{\text{tot}}/2$ とすると,

$$\sigma(\varepsilon) \simeq \sqrt{\frac{1}{N_{\text{tot}}}}$$

# §4.7 Curve Fitting

- 多くの実験では,  
 $x_1, x_2, \dots$ に対する $y = f(x_1, x_2, \dots)$ の値測定することで,  
それらの間の関係性 (関数形, 関数のパラメータ) を得る
- データ点を最もよく満たす曲線のパラメータが知るためにfittingを行う
- 放射性物質の寿命を測定するために,時刻 $t_1, t_2, \dots, t_n$ でのカウントレート  
 $N_1, N_2, \dots, N_n$ を測定
- $N_i$ は統計的なゆらぎを持つため,  $\sigma_i = \sqrt{N_i}$ の不確実性を持ち, 曲線  
$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$
からずれる
- "最も良い" $N_0$ と $\tau$ の値を知る→**最小二乗法**が最も有効

# §4.7.1 The Least Square Method

- 仮定する問題設定
  - $n$ 個のデータ点 $(x_i, y_i)$
  - $y_i$ の誤差： $\sigma_i$
  - データはモデル関数 $y = f(x; a_1, a_2, \dots, a_m)$ を満たしてほしい
  - $a_1, a_2, \dots, a_m$ は未定パラメータ
  - データ数はパラメータ数より多い： $n > m$
- 最小二乗法 (LSM) : 和  $S = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i - f(x_i; a_j)}{\sigma_i} \right]^2$  が最小となるとき  $a_j$  が最適

# §4.7.1 The Least Square Method

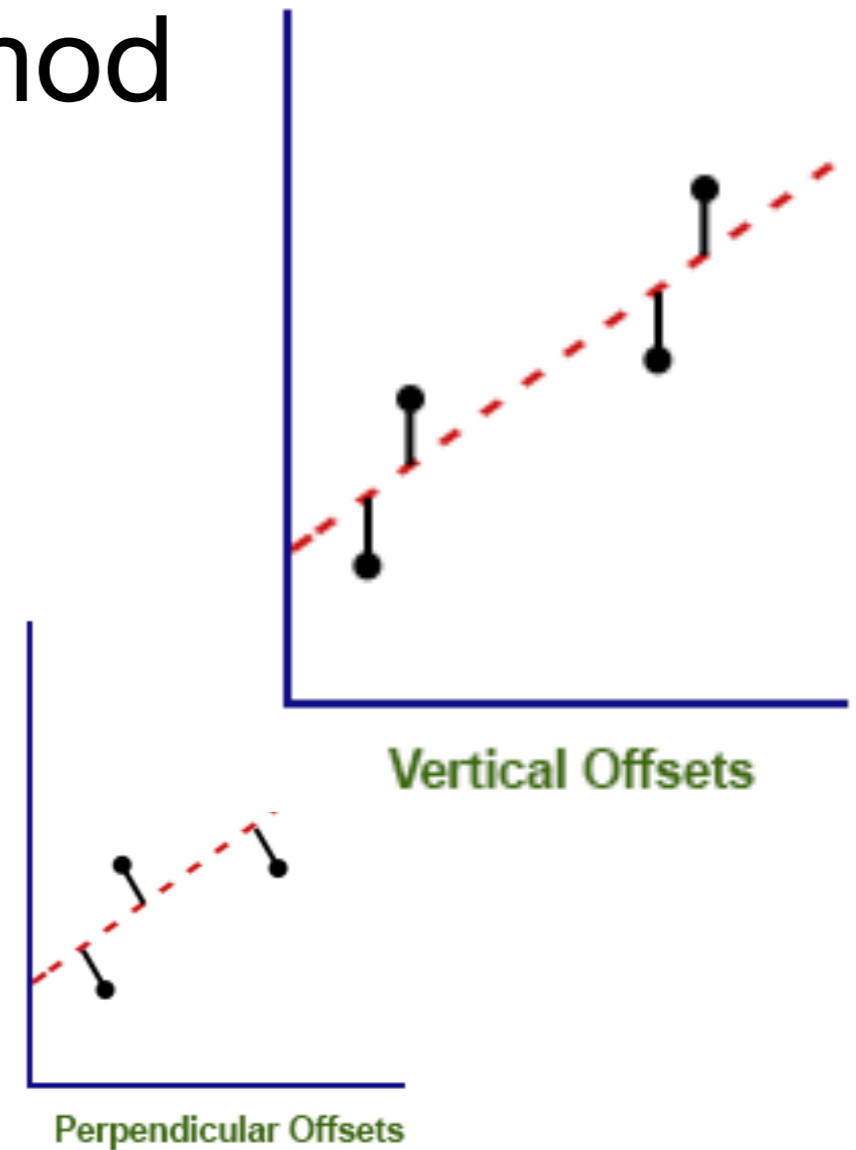
$$\bullet \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i - f(x_i; a_j)}{\sigma_i} \right]^2 = (\chi^2)$$

… $y_i$ の誤差 $\sigma_i$ で重み付けた曲線とデータ点との差  
(距離では無い)  $y_i - f(x_i)$  の二乗和

- chi-square minimization ( $\chi^2$ 検定) と呼ばれる

$y_i$ が平均値 $f(x_i; a_j)$ , 分散 $\sigma_i^2$ で分布するときのみ

和 $S$ が $\chi^2$ となるため,  $\chi^2$ 検定という呼称は厳密では無い



<https://rpubs.com/ranvirkumarsah/Intro2Regression>

- 確率分布が既知のときは, maximum likelihood estimation (最尤推定) も有効
- 誤差 $\sigma_i$ がGauss分布のとき, LSMと同じ結果

# §4.7.1 The Least Square Method

- $a_j$ を求める方程式： $\frac{\partial S}{\partial a_j} = 0$ 
  - $f(x)$ の関数形によって解析的に解けない場合も  
→数値的に解く
- $a_j$ の誤差 ( $a_j$ の分散および,  $a_j$ と $a_k$ 共分散) を求める方法
  - 1.error matrix (誤差行列)  $V_{jk}$ を定義
  - 2.誤差行列の逆行列の( $j, k$ )要素は $(V^{-1})_{jk} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial a_j \partial a_k}$
  - 3.逆行列 $V^{-1}$ から誤差行列 $V$ を求める
  - 4.誤差行列 $V$ の対角要素が $a_j$ の分散, 非対角要素が $a_j$ と $a_k$ 共分散となっている



# §4.7.1 The Least Square Method

- 誤差関数の表式

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_{a_1}^2 & \text{COV}(a_1, a_2) & \text{COV}(a_1, a_3) & \cdots & \text{COV}(a_1, a_m) \\ \text{COV}(a_2, a_1) & \sigma_{a_2}^2 & \text{COV}(a_2, a_3) & \cdots & \text{COV}(a_2, a_m) \\ \text{COV}(a_3, a_1) & \text{COV}(a_3, a_2) & \sigma_{a_3}^2 & \cdots & \text{COV}(a_3, a_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{COV}(a_m, a_1) & \text{COV}(a_m, a_2) & \cdots & \cdots & \sigma_{a_m}^2 \end{pmatrix}$$

## §4.7.2 Linear Fits: The Straight Line

- $f(x)$ が1次関数 ( $f(x) = ax + b$  ( $= a_1x + a_2$ )) のとき,

方程式  $\frac{\partial S}{\partial a_j} = 0$  は解析的に解ける

$$S \equiv \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{\sigma_i^2} \text{であるから,}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_1} \equiv \frac{\partial S}{\partial a} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - ax_i - b)x_i}{\sigma_i^2} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_2} \equiv \frac{\partial S}{\partial b} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - ax_i - b)}{\sigma_i^2} = 0 \end{cases}$$

## §4.7.2 Linear Fits: The Straight Line

- 簡単のために,

$$A = \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \quad B = \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \quad C = \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2}$$
$$D = \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \quad E = \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \quad F = \sum \frac{y_i^2}{\sigma_i^2}$$

とすると,

$$\begin{cases} 2(-E + aD + bA) = 0 \\ 2(-C + aA + bB) = 0 \end{cases}$$

- これを解いて, 係数  $a$ ,  $b$  が求められる

$$\begin{cases} a = \frac{EB - CA}{DB - A^2} \\ b = \frac{DC - EA}{DB - A^2} \end{cases}$$

## §4.7.2 Linear Fits: The Straight Line

- さらに, 係数 $a$ ,  $b$ の分散 $\sigma_a^2$ ,  $\sigma_b^2$ と共分散 $\text{cov}(a, b)$ を求める
- 誤差行列は,

$$V = \frac{1}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \begin{pmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{12} & A_{11} \end{pmatrix}$$

- これから,

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a^2 = \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} = \frac{B}{BD - A^2} \\ \sigma_b^2 = \frac{A_{11}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} = \frac{D}{BD - A^2} \\ \text{cov}(a, b) = \frac{-A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} = \frac{-A}{BD - A^2} \end{array} \right.$$

## §4.7.2 Linear Fits: The Straight Line

- fittingの精度の指標がほしい  
→  $\chi^2$  ( $S$ の最小値) によって検定できる
- §4.2.4によると, 偏差 $\sigma_i$ がGauss分布に従うとき,  
 $S$ は, 平均値を自由度  $\nu (\equiv n - m)$ とする  $\chi^2$ 分布に従う
- $\frac{\chi^2}{\nu} = \frac{S}{\nu}$ が 1 に近い値を取るときに良いfitであると言える
- より厳密な検定では,  
 $S$ よりも大きい $\chi^2$ が得られる確率 $P(\chi^2 \geq S)$ に着目する
- $P(\chi^2 \geq S)$ が5%以上であればfitは信頼しても良いと言える

## §4.7.2 Linear Fits: The Straight Line

- 同様に,  $S$ が非常に小さい場合,  
データ点が十分に変動していないことを表す  
→データ点の誤差を過大評価している??
- 誤差に $1\sigma$ を採用した場合,  
データ点の約1/3は, fitを外れると予想
- そうで無い場合, データが改竄されている!?

## §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- これまでは $x$ の誤差を無視
- $x$ が誤差を持つ場合, effective variance methodが用いられる
- これは, これまでの議論における $\sigma_i^2$ を

$$\sigma_i^2 \rightarrow \sigma_y^2 + \left( \frac{df}{dx} \right)^2 \sigma_x^2$$

と置き換えるもの

- 通常,  $S$ は非線形となる  
→ $S$ の最小化には数値的な手法を用いる

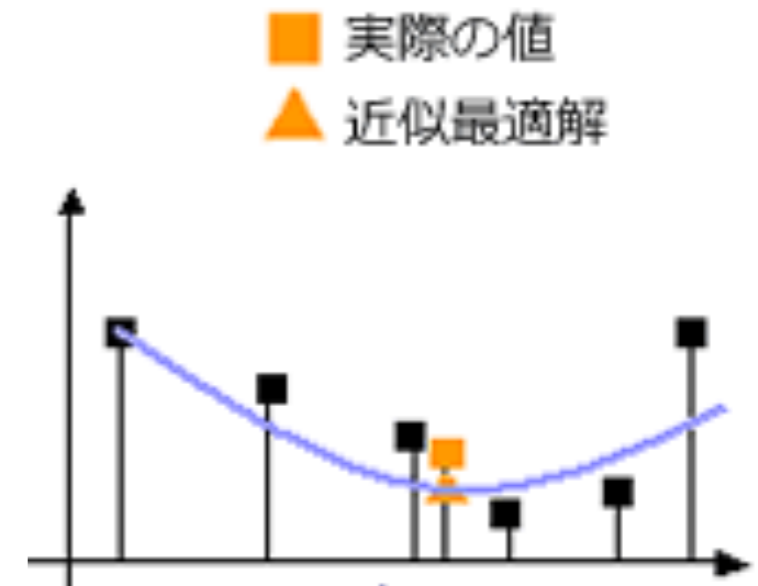
# §4.7.4 Nonlinear Fits

- $f(x)$ が直線でない場合のfittingは、一般的には数値的な手法が必要
- 全ての関数について $S$ を最大/最小化できる一般的な方法は存在しない

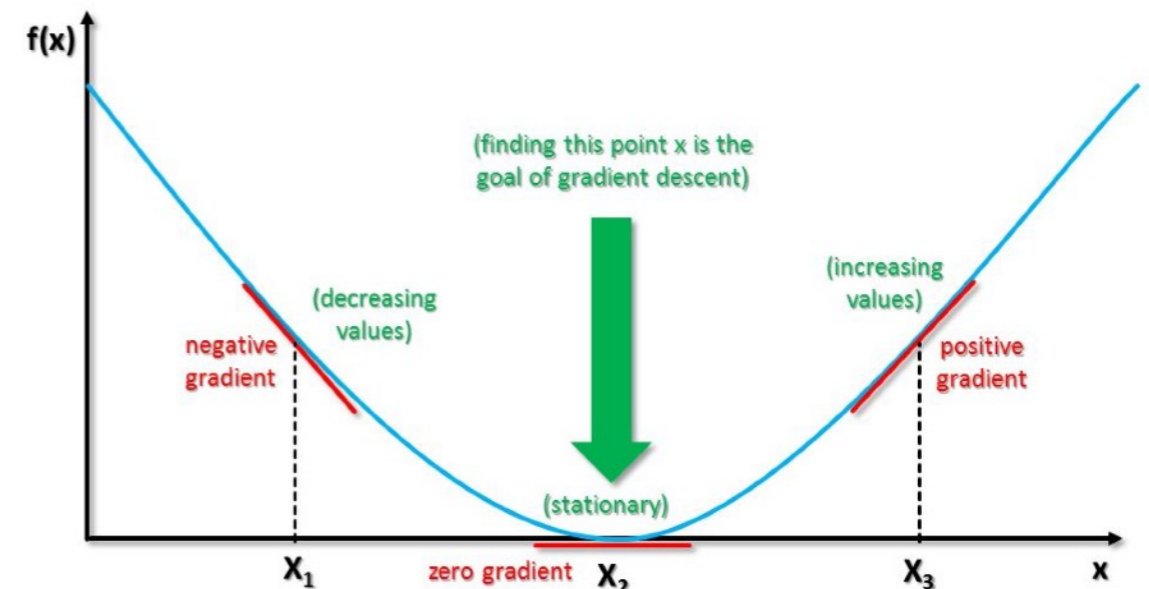
- 具体的な研究を開始したときの基礎となるように最も用いられる手法を簡単に述べる

- Function Minimization Techniques 関数の最小化法

- grid search (グリッド探索)
- gradient method (勾配法)



[https://www.quint.co.jp/jp/pro/amd/amd\\_pnt.htm](https://www.quint.co.jp/jp/pro/amd/amd_pnt.htm)

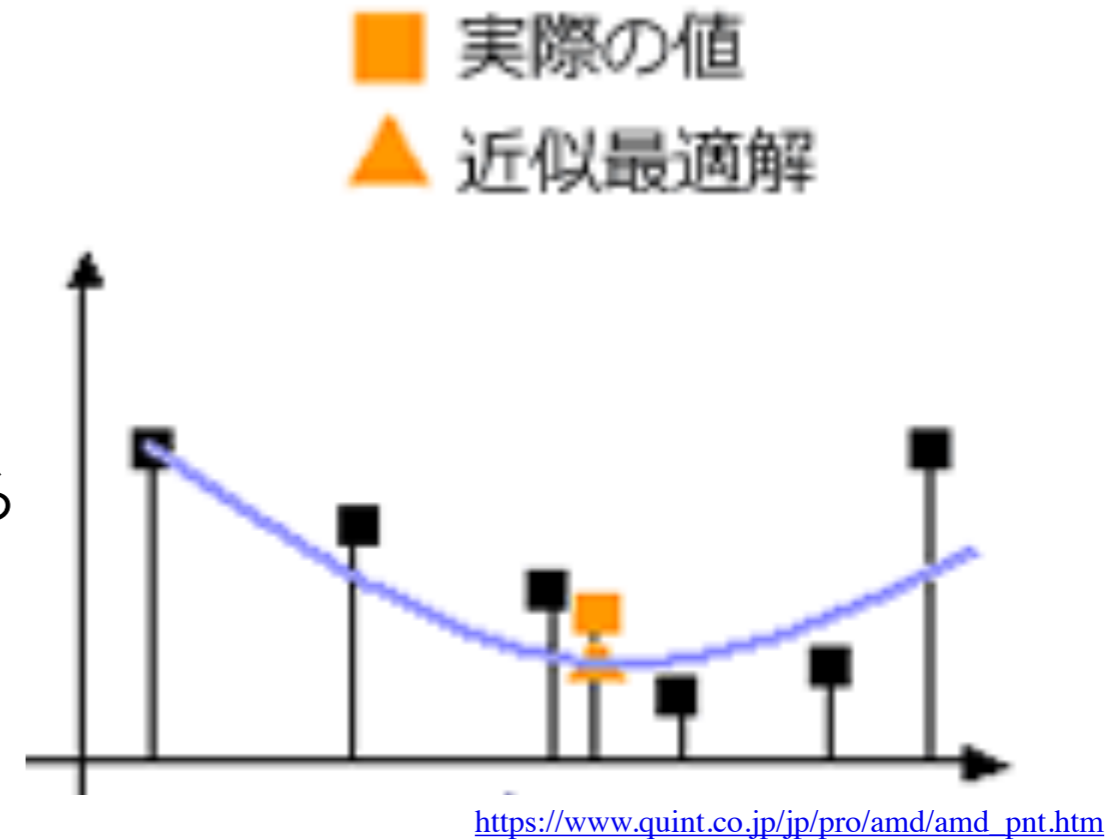


<http://www.big-data.tips/gradient-descent>



# §4.7.4 Nonlinear Fits

- グリッド探索法
  - 変数を  $x_0, x_0 + \Delta_x, x_0 + 2\Delta_x, \dots$  と変え  
近似最小値を求める
  - 有限の範囲に対してのみ適用か
  - 求めたい精度に応じてgrid step  $\Delta_x$  を変える
  - 非効率. 変数が増えると莫大な時間が必要
    - 評価数を減らす工夫が必要
    - variable stepping methods



## §4.7.4 Nonlinear Fits

- variable stepping methods (可変ステップング法)
  - 比較的新しいものにsimplex method (シンプレックス法)
    1. 何らかの方法で最小値を探索したい $F$ 上に $n + 1$ 点選ぶ
    2. それらを頂点にもつ図形 (simplexと呼ぶ) を形成  
(simplex... $n + 1$ 個の頂点を持つ $n$ 次元の最も単純な図形)
    3. 最大値/最小値を取る点を $P_H / P_L$ と定義
    4.  $P_H$ を別の点 $P^*$ で置き換えることを考える

## §4.7.4 Nonlinear Fits

5.  $P^*$ は,  $P_H$ 以外の $n$ 点の重心 $\bar{P}$ に対して $P_H$ と対称な点

$$\bar{P} \equiv \sum_i \frac{P_i - P_H}{n}$$

$$P^* \equiv \bar{P} + (\bar{P} - P_H)$$

6.  $F(P^*) < F(P_L)$ の場合, 新たな点 $P^{**}$ をとる

$$P^{**} \equiv \bar{P} + 2(\bar{P} - P_H)$$

$F(P^*) > F(P_L)$ の場合 $P^{**}$ は反対側にとる

$$P^{**} \equiv \bar{P} - \frac{1}{2}(\bar{P} - P_H)$$

7. 新たなsimplexで同様の手順 (3.~6.)

# §4.7.4 Nonlinear Fits

- さっぱりわからないので,  $F$ が2変数関数の場合 ( $n = 2$ ) を考える

1.  $F$ 上に3点選ぶ

2. 三角形 (simplex) を決定

3. 最大値/最小値を取る点を  $P_H / P_L$

ここでは  $P_1 = P_H, P_3 = P_L$

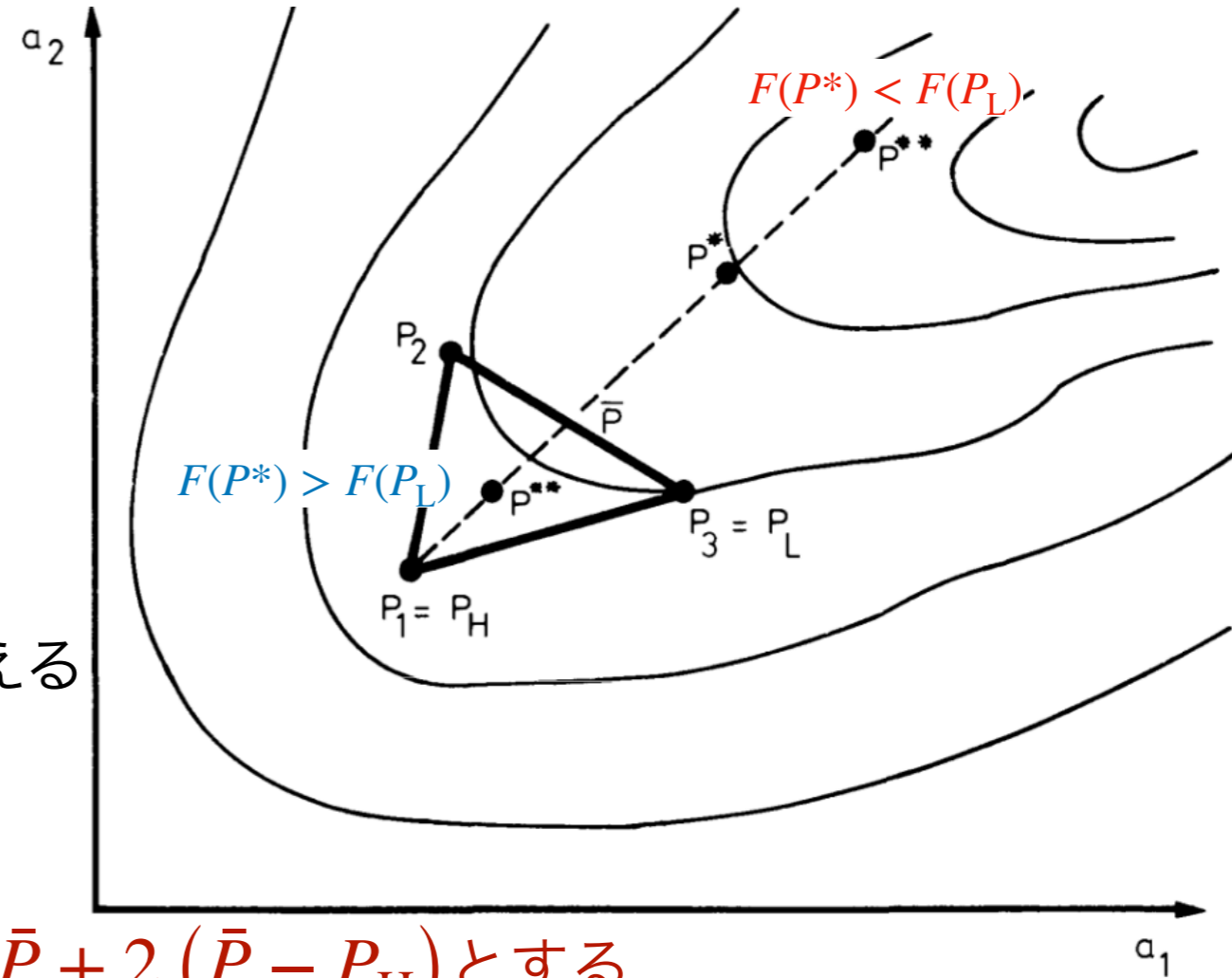
4.  $P_H (= P_1)$ を別の点  $P^*$ で置き換える

5.  $P^*$ は  $P_2, P_3$ の中点

6.  $F(P^*) < F(P_L)$ の場合,  $P^{**} = \bar{P} + 2(\bar{P} - P_H)$ とする

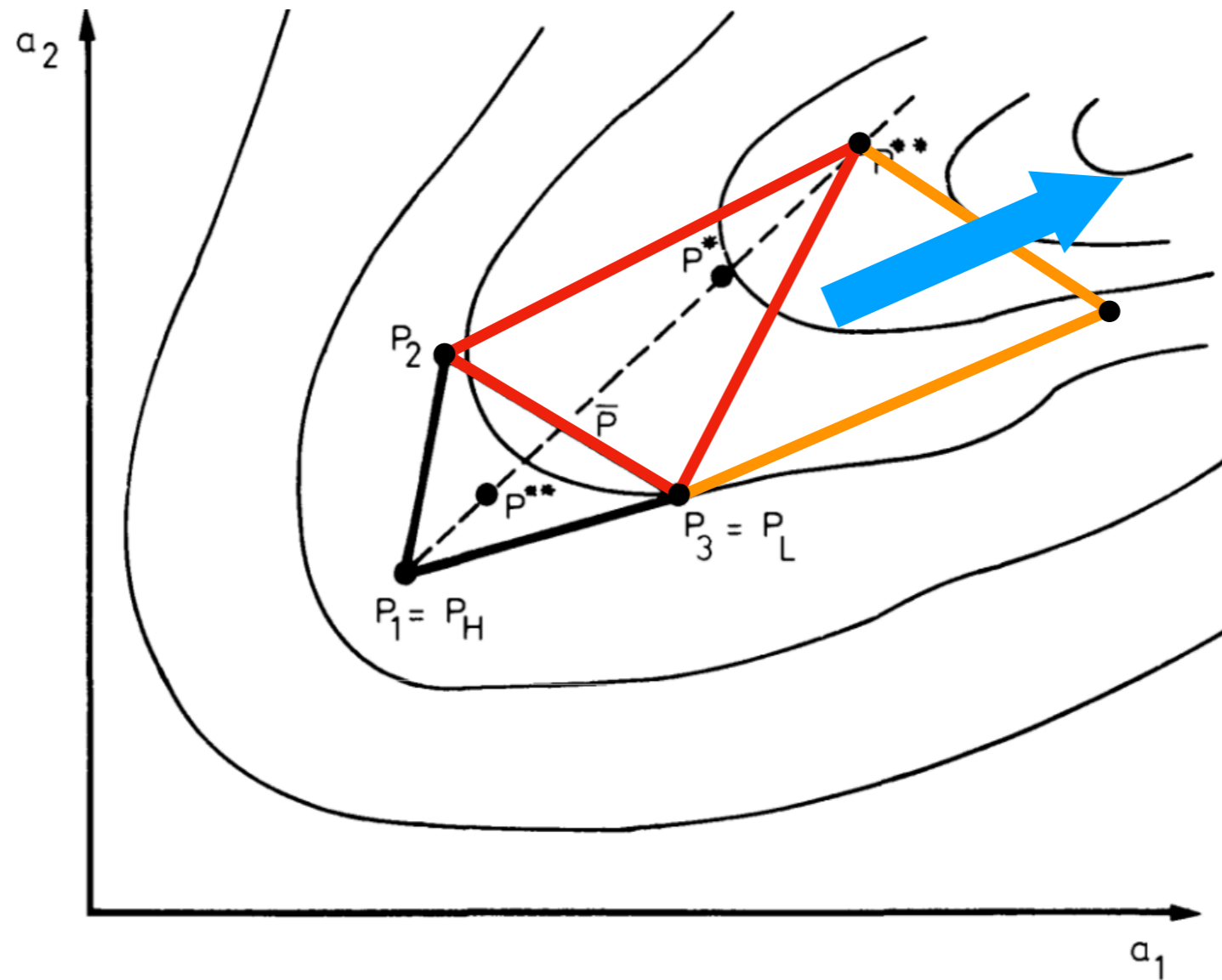
$F(P^*) > F(P_L)$ の場合,  $P^{**} = \bar{P} - \frac{1}{2}(\bar{P} - P_H)$ とする

7. 新たなsimplexで同様の手順 (3.~6.)



## §4.7.4 Nonlinear Fits

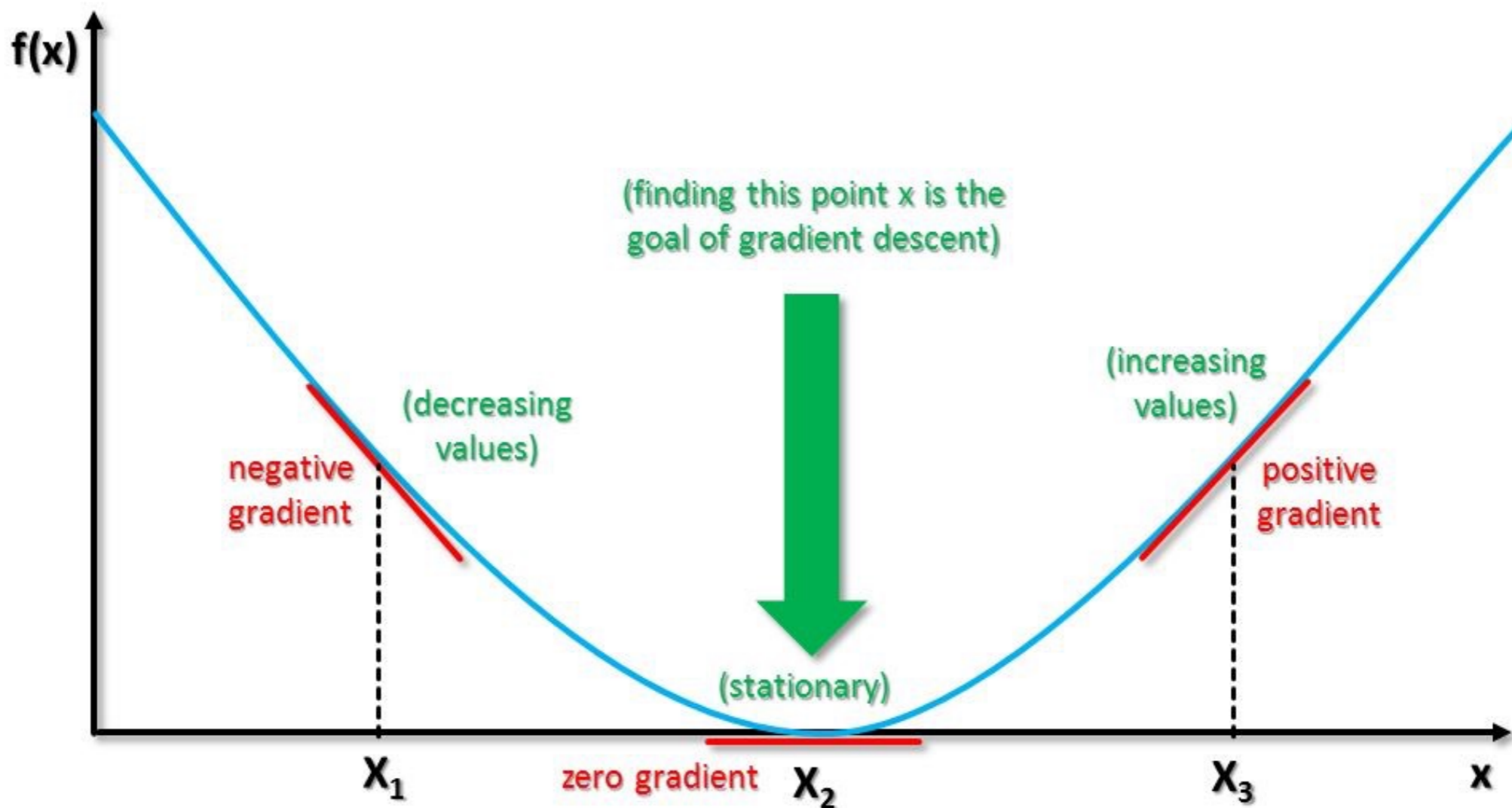
- 三角形が最小値の方向に落ち込んでいくのがわかる



- シンプレックス法は，関数の種類に比較的左右されない
- やや時間がかかることも

# §4.7.4 Nonlinear Fits

- 勾配法



<http://www.big-data.tips/gradient-descent>

- 広く使われている手法にNewton法

## §4.7.4 Nonlinear Fits

- Newton法
  - 最急降下法（ステップ幅一定で落ちていく）から発展
  - ある点 $x_0$ の周りの2次のTaylor展開を利用

$$F(x) \simeq F(x_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2$$

- $n$ 次元で一般化すると,

$$F(x) \simeq F(x_0) + \mathbf{g}^T (x - x_0) + \frac{1}{2} (x - x_0)^T \mathbf{G} (x - x_0)$$

- $\mathbf{g}_i$ はベクトル $\partial F / \partial x_i$
- 近似最小値は,

$$x_{min} = x_0 - \mathbf{G}^{-1} \mathbf{g}$$

## §4.7.4 Nonlinear Fits

- $x_0$ を近似最小値 $x_{min}$ で置き換えて繰り返す
- 最急降下法より早く収束することが知られている
- Newton法の欠点は、Hessian (Hesse行列)  $\mathbf{G}$ の逆行列を求める点  
→ $\mathbf{G}$ の計算を避ける手法などが開発 (ref. James [4.11])



## §4.7.4 Nonlinear Fits

- 最小二乗法はNewton法のHessianを近似することに相当
- 和を

$$S = \sum_k s_k^2$$

- と書き直したとき, Hessianの $(i, j)$ 要素は

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \sum_k s_k^2 = \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_k 2s_k \frac{\partial s_k}{\partial x_j} = 2 \sum_k \frac{\partial s_k}{\partial x_i} \frac{\partial s_k}{\partial x_j} + s_k \frac{\partial^2 s_k}{\partial x_i \partial x_j}$$

- 第2項は2次の補正項で0とみなせるからHessian $\mathbf{G}$ は,

$$\mathbf{G}_{ij} \simeq 2 \sum_k \frac{\partial s_k}{\partial x_i} \frac{\partial s_k}{\partial x_j}$$

- 誤差行列が常に正しい共分散値に収束するとは限らない  
→この近似が正しくない場合も存在

## §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- 非線形関数の場合に最小二乗法を実装するのは非常に複雑  
→既存のプログラムを用いることを推奨
- CERNのFunction Minimization and Error Analysis "MINUIT"  
(最新のマニュアルが1998年?)  
→ROOTにもTMinuitというクラスが
- <http://seal.web.cern.ch/seal/snapshot/work-packages/mathlibs/minuit/>
- <https://root.cern.ch/sites/d35c7d8c.web.cern.ch/files/minuit.pdf>
- <https://root.cern.ch/doc/master/classTMinuit.html>
- おそらくもっと便利なもの（物理以外の用途も含む）ができているはず  
→その周辺の知識を粒子物理コンピューティングサマースクール@KEKつくばで聞いてみたい

# §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- お誘い
- PPCC-SS (M1以上)
- 7/3までに申込
- 定員50まで
- コロナで開催未定
- 来年はB4もぜひ

8/3 (月)	8/4 (火)	8/5 (水)	8/6 (木)	8/7 (金)
9:00 - 10:00 開会あいさつ 参加者案内 実習テーマ説明	9:00 - 10:00 プログラミング言語 Python	9:00 - 10:30 計算機の仕組み	9:00 - 10:30 計算機クラスタ	9:00 - 10:30 発表会
休憩 (15分)	休憩 (15分)			
10:15 - 11:15 解析フレームワーク Root, CERN Open Data	10:15 - 11:15 シミュレーションToolKit Geant4の概要と発展	休憩 (30分)	休憩 (30分)	休憩 (15分)
休憩 (15分)	休憩 (15分)	11:00 - 12:30 ネットワークの仕組み	11:00 - 12:30 Gridコンピューティング	10:45 - 12:15 発表会
11:30 - 12:30 統計解析 RooFit, RooStats	11:30 - 12:30 Deep Learning基礎編			
昼休憩 (60分)	昼休憩 (60分)	昼休憩 (60分)	昼休憩 (60分)	12:30 - 14:00 発表会
13:30 - 15:00 パラレル講習	13:30 - 15:00 パラレル講習	13:30 - 15:00 パラレル講習	13:30 - 15:00 パラレル講習	
計算機応用 (多変量解析TMVA) ATLASソフトウェア Belle IIソフトウェア	計算機応用 (Deep Learning応用編) ATLASソフトウェア Belle IIソフトウェア	計算機応用 (ソフトウェア開発) ATLASソフトウェア Belle IIソフトウェア	計算機応用 (C++14と関連ツール) ATLASソフトウェア Belle IIソフトウェア	14:00 - 14:30 閉会あいさつ
15:00 - 18:00 施設見学 KEK中央計算機 Belle II測定器 放射光研究施設	15:00 - 18:00 実習	15:00 - 18:00 実習	15:00 - 18:00 実習	

## §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- 関数 $F$ が局所的な最小値（極小値）を持つ場合、これまでの手法だと大域的な絶対最小値ではなく、極小値を誤って導く可能性がある
- これを防ぐために,
  - 大域的な絶対最小値のおおよその値を知っておくこと
  - 動かすパラメータの種類を変えて再度計算

が重要

## §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- ここまでの議論は最小値（未定パラメータ  $a_1, a_2, \dots, a_m$ ）自体を得るもの
- 誤差  $\sigma_{a_1}, \sigma_{a_2}, \dots, \sigma_{a_m}$  については直線のfittingから類推
- パラメータ  $a$  の誤差  $\sigma_a$  が  
(本文では  $\theta$  と  $\sigma$ )

$$\sigma_a^2 = \left| \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial a^2} \right|^{-1}$$

で与えられるとする

- この意味について考えてみる

## §4.7.3 Linear Fits When Both Variables Have Errors

- $S(a)$ のTaylor展開から,

$$S(a) \simeq S(a^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial a^2} (a - a^*)^2 = S(a^*) + \frac{1}{\sigma_a^2} (a - a^*)^2$$

- 誤差の分だけズレた点  $a = a^* + \sigma_a$  では,

$$S(a^* + \sigma_a) = S(a^*) + 1$$

→ 誤差  $\sigma_a$  とは  $S(a)$  が 1 だけ増加する地点

# §4.8 Some General Rules for Rounding-off Numbers for Final Presentation

- 値の有効数字は誤差の大きさで決まる

- $x = 17.615334$ ,  $\sigma(x) = 0.0233$

↑ここから先は不確実な値

→  $x = 17.615334$

↑小数点第3位以降の数字には意味がない

- 誤差についても同様

原理的には有効数字の2桁目以降には意味がない

→2桁とることが一般的

→誤差は  $\sigma(x) = 0.0233$

→四捨五入して  $x = 17.615 \pm 0.023$

# §4.8 Some General Rules for Rounding-off Numbers for Final Presentation

- 数字を丸める際にしてはならないこと  
段階的に1桁ずつ四捨五入していくこと
- $2.346 \rightarrow 2.35 \rightarrow 2.4$   
となってしまう
- 正しくは,  
 $2.346 \rightarrow 2.3$



# §5 General Characteristics of Detector



# §5.1

- 感度
- イオン化の起きやすさ
- 検出器のノイズを上回る
- 保護を突き抜ける

## §5.2

- 信号は電荷量に比例
- パルスの形が変化しないと仮定してパルスの高さを積分値に代用

# §5.3

- エネルギー分解能
  
- Fano
  
- 透過と停止でエネルギー分解能が異なる????

# §5.4

- Response function

-

# §5.5

- 応答時間

-

## §5.6

- 効率
- 絶対（全）効率（検出/全入射）と固有（intrinsic）効率（検出/反応）
- 全 = 固有 \* アクセプタンス
- 中性粒子は固有効率が悪いいため，大型

# §5.7

- 不感時間
- 二種類のモデル
  - 不感時間が累積する
  - しない



# §5.7.1

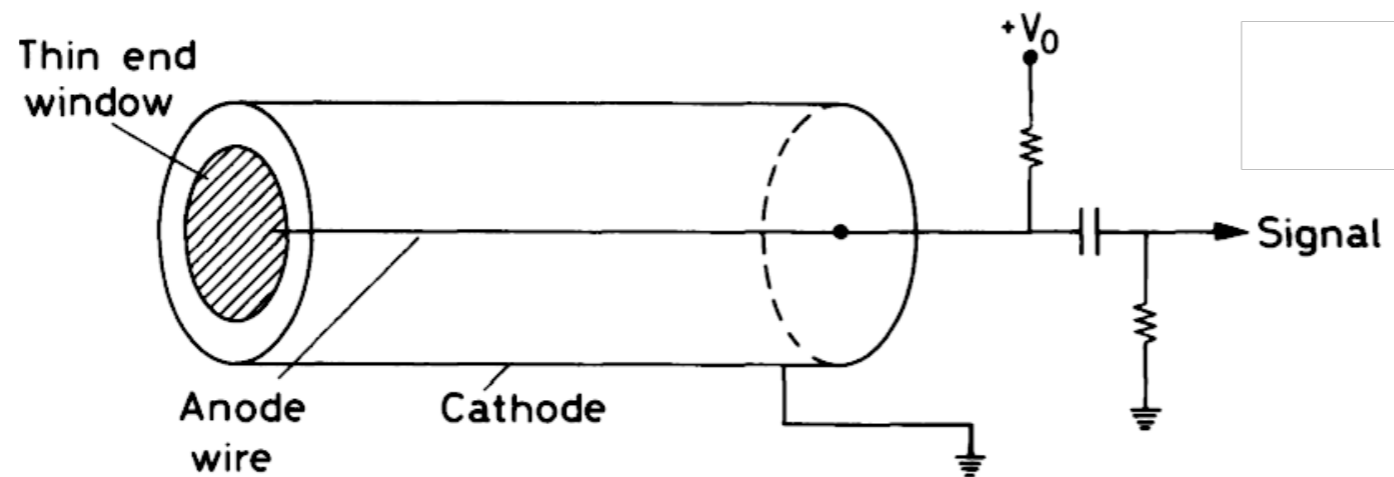
- 不感時間の測定
- 二つの線源を用いる

# §6 Ionization Detectors

- イオン化検出器は，物質中（主に気体）を通り抜ける放射線によって生じる励起電子とイオンを検出
- 電離箱（ionization chamber），比例計数管（proportional counter）  
ガイガーミュラー計数管は現在では検出器としてではなく，モニタリング用
- 上の3つは1940年代後半に登場したシンチレーション検出器にとって変わられた
- 1960年代におけるMWPCの発明  
→ミリメートル以下の精度での粒子の飛跡を決定が可能に
- 次に，ドリフトチェンバー，TPCが発明  
これら三つは基本的には比例計数管と同じ原理

# §6.1 Gaseous Ionization Detectors

- 移動度が大きいいため気体を用いるのが一般的
- 上下を薄窓でフタをした導体筒の中を貴ガスで満たしたものが一般的

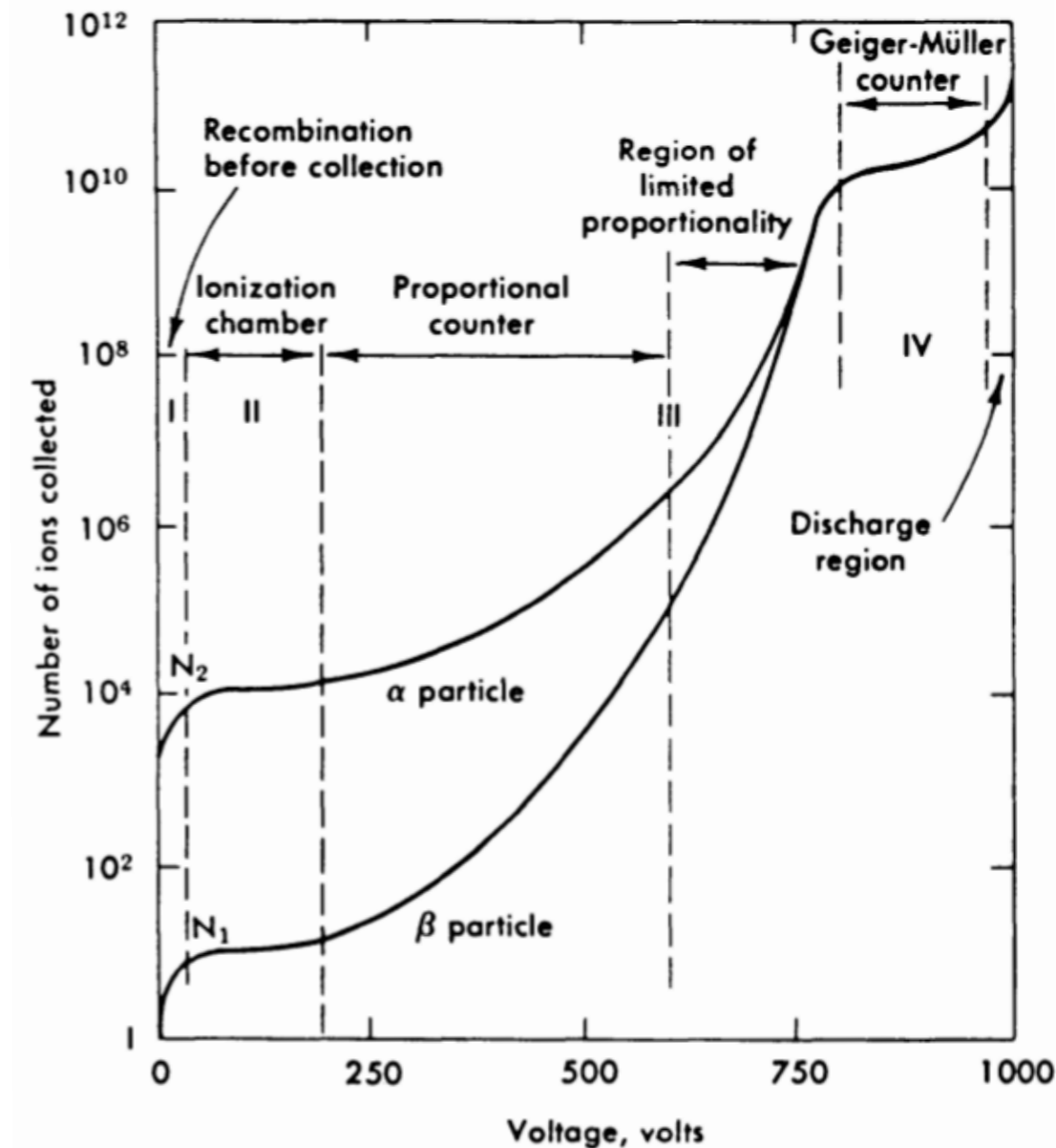


- 中心のアノードワイヤーの電位がカソード円筒より  $V_0$  高い
- 電場の大きさは,

$$E = \frac{1}{r} \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}}$$

# §6.1 Gaseous Ionization Detectors

- 電子-イオン対の個数は入射粒子が落としたエネルギーに比例
- 電子がアノード，イオン対がカソードに向かって加速される



# §6.1 Gaseous Ionization Detectors

- カスケード
- $e^+$ と $e^-$
- イオン雪崩
- $e^-$ と $Z^+$

## §6.2.1

- 荷電粒子のエネルギー損失は
  - excitation
  - ionization
  - に大別
- ペニング効果
- ガスを2種類入れると1種類よりも低電圧でイオン化

## §6.2.2

- 生じるイオン対の数は $-dE$ を平均イオン化エネルギーで割ったものではない
- $-dE/30\text{eV}$ （ガス種に大きくは依存しない）が個数
- Fanoファクター

## §6.2.3

- 生じるイオン対の数はefficiencyとenergy resolutionに重要



# §6.3.1

- $E=0$ の時の拡散

## §6.3.2

- ドリフト

# §6.4

- 液滴のような形

# §6.5

- 円筒型比例計数管
- 並行電場だと，イオン化で得られる総電荷が入射粒子の経路に依存

# §6.5.1

- パルス信号は実際の電荷の収集ではなく，誘起されたもの
- 信号は正イオンによるものが多い

## §6.5.2

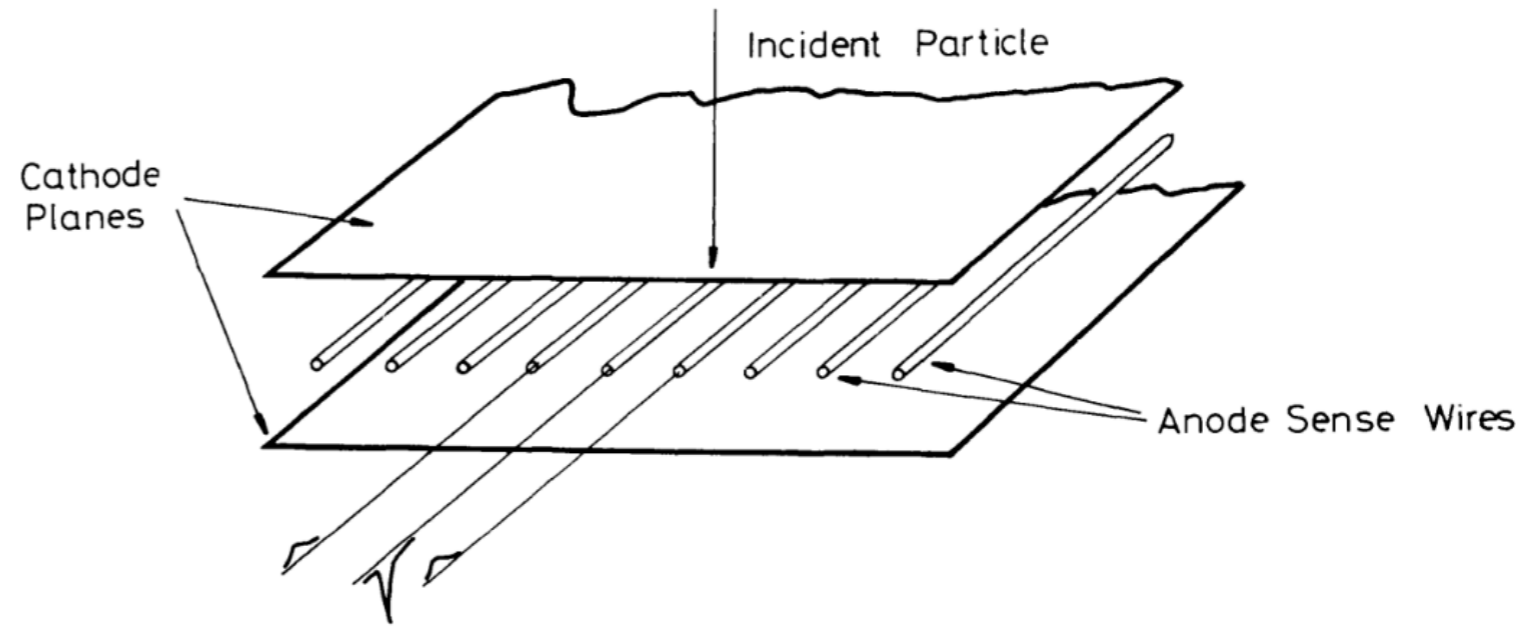
- ガスの選び方
- 低いエネルギーレスシヨルド
- 速い応答
  
- 電子雪崩により分子が励起されると，紫外光が発生し新たな電子雪崩  
これらの光子を吸収するために多原子のクエンチガス（クエンチャー）を混入
  
- クエンチャーとして有機物を入れると重合体（多くの場合，固体・液体）が形成  
されてしまう
  
- →循環させて用いる

# §6.6 The Multiwire Proportional Chamber

- MWPCの登場以前の粒子の飛跡の観測方法  
エマルジョン検出器, 霧箱, 泡箱などを用いた視覚的な方法
- より多くの飛跡の正確な測定には, 電氣的なデバイスが必要  
複数個の比例計数管を組み合わせたことが考えられたが実用的ではなかった
- MWPCを発明したCharpakが解決

# §6.6.1 MWPC

- MWPCの基本的な構成

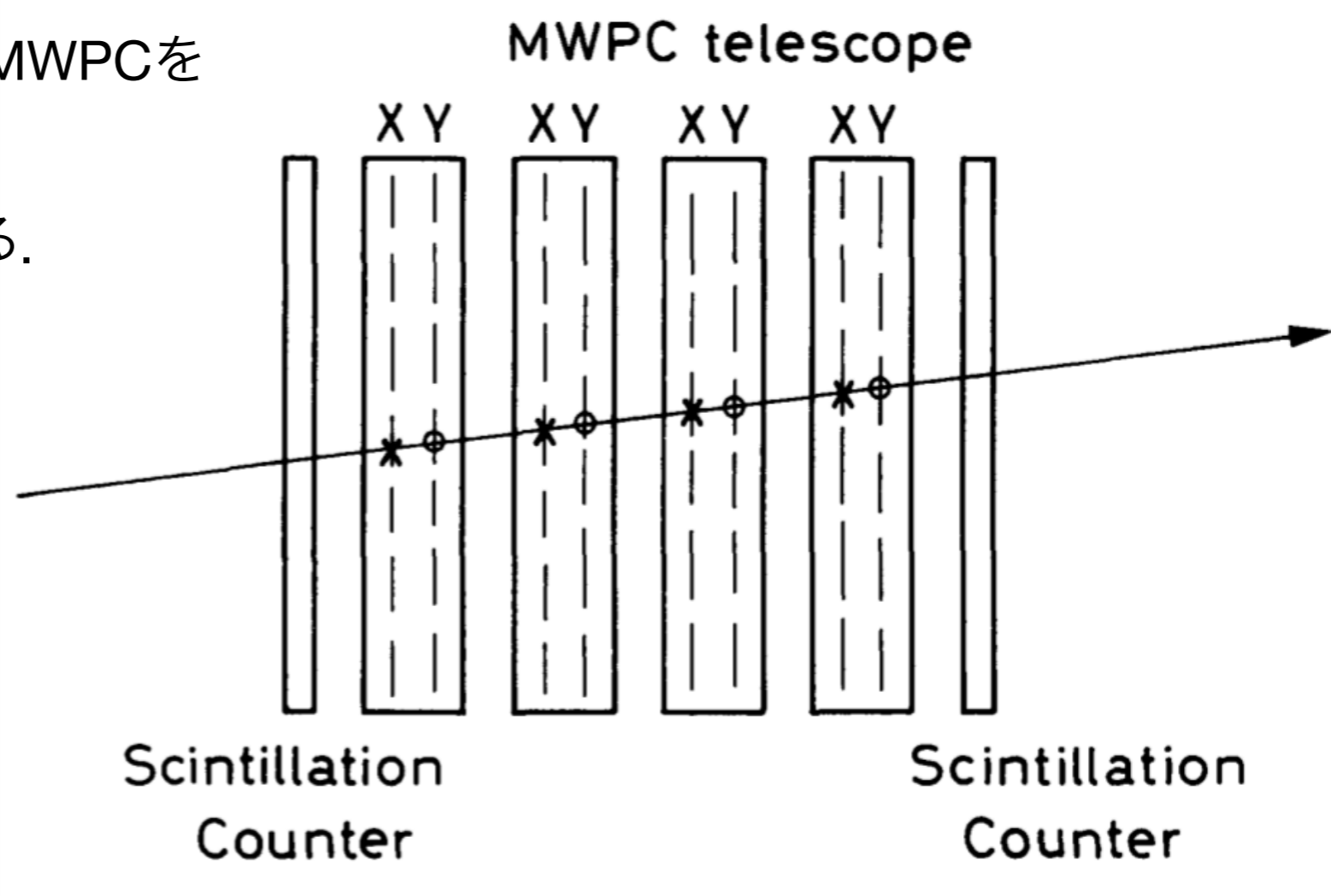


- カソード面の上に数 mm 間隔でアノードワイヤー
- アノードワイヤー一本一本が比例計数管と同様の働き
- 入射した荷電粒子によって気体原子から電子-イオン対が生成
- 電子がアノード, イオンがカソードで集められ電気信号として検出
- ワイヤー付近では電場が強くなり電子雪崩が起きる



# §6.6.1 MWPC

- 単一のアノード面では一つの軸に沿った位置しかわからない
- 2段目のワイヤーを1段目のワイヤーと直交する方向に貼ることで、二次元座標を得ることが可能
- X, Y方向にワイヤーを張ったMWPCを複数段組み合わせることで、粒子の飛跡を得ることができる。



## §6.6.3

- Ar75%, イソブ24.5%, フレオン (FとClを置換基に持つ炭化水素の総称) 0.5%  
の混合比Magic Gas

# §6.7

- MWPCの発明直後

イオン化された電子の外部電場によるドリフト時間から位置を測定する手法が提案

- ガス検出器外部のシンチレータなどによって，入射粒子のトリガーが可能
- ドリフト電場からドリフト速度がわかる

→ドリフト時間の測定から，イオン化点の位置を再構成することが可能

- このような方法で位置を測定する検出器を総称してドリフトチェンバーと呼ぶ

# §6.7

- drift chamber
- ドリフト速度（電場）を一定にしたい
- シンチでtimeスタート
- アノードに到達するとストップ
  
- 大きい表面積をおおえる

# §6.7.1

- 高計数にしたい時はドリフト速度を速く
  - 電子数が増えるにつれて、パイルアップが起きやすくなる
  - 電場が歪む
  - etc
- 
- 空間分解能をあげたい時はドリフト速度を遅く
  - 相対誤差を小さくできる

# §6.8 The Time Projection Chamber (TPC)

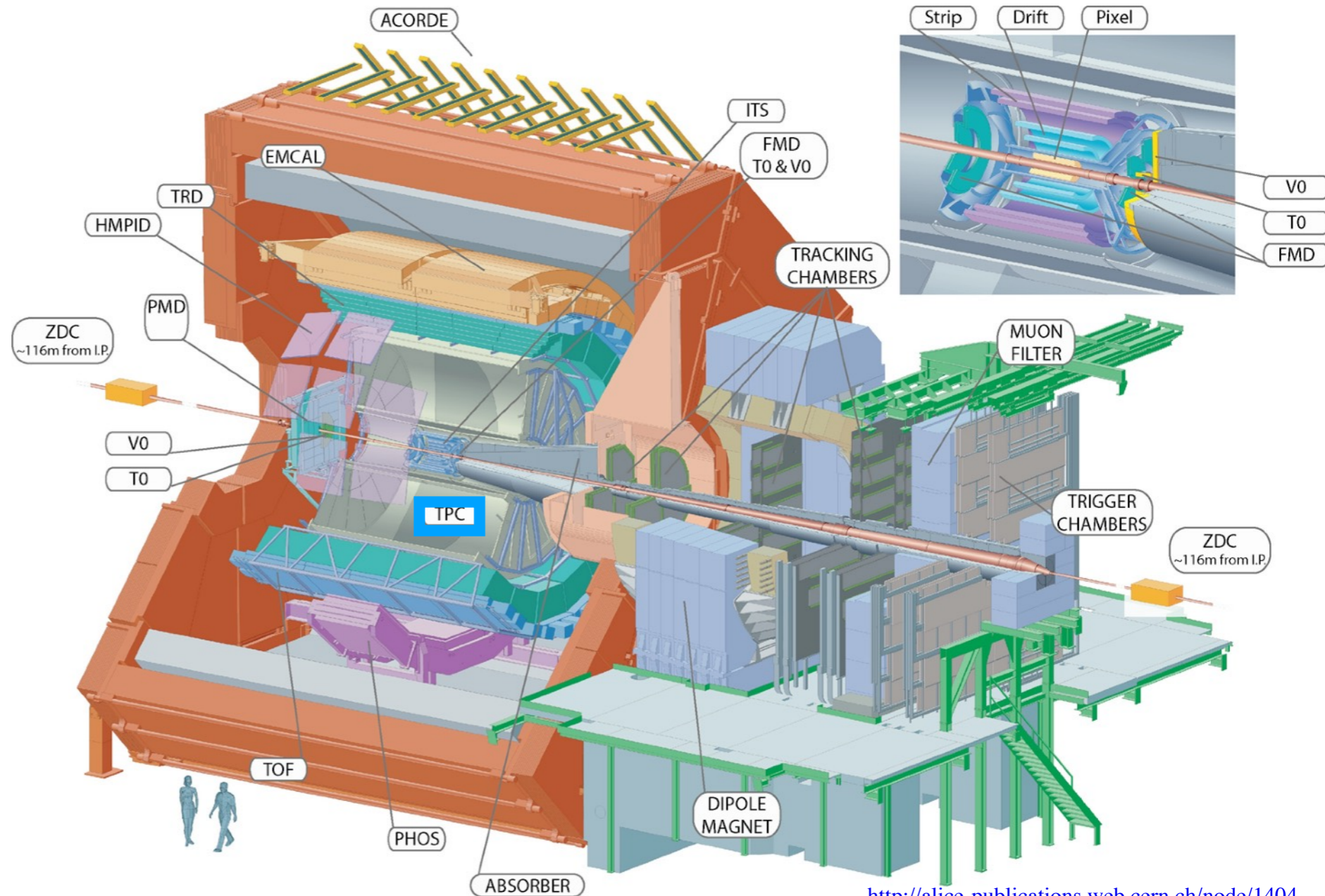
- 磁場をかけることで荷電粒子の質量を測定可能

# §6.8 The Time Projection Chamber (TPC)

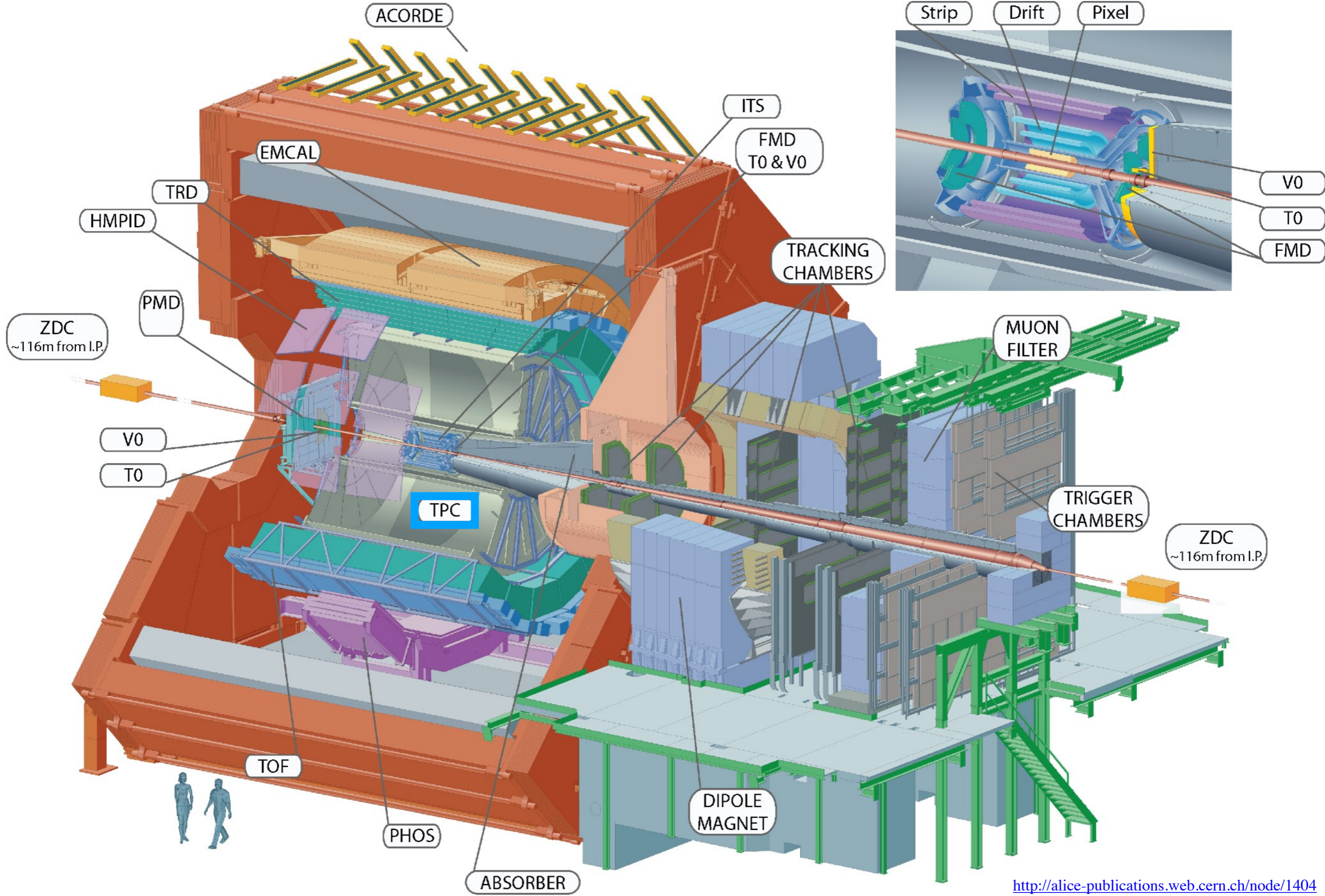
- LHC ALICE (An Large Ion Collider Experiment) 検出器
- 重イオン衝突 (Pb+Pb) の実験

- 内半径0.85 m,  
外半径2.5 m,  
長さ5 m

- TPC内部にSPD  
Silicon Pixel  
Detector etc.



<http://alice-publications.web.cern.ch/node/1404>



<http://alice-publications.web.cern.ch/node/1404>



# §6.9

- LID
  - 液体によるイオン化
  - MEG実験で使う
- 
- 液体シンチととLIDの違いは？

# §7 Scintillation Detectors

- シンチレータ
- 荷電粒子が通過するときに発光する物質
  - Cherenkov光は含む？
- かつては微弱な信号を肉眼で確認する必要
- 普及しない
- PMTの開発によって復活を遂げた

# §7.1 General Characteristics

- 分子, 原子の脱励起
- 高速応答
- 蛍光 (fluorescence) 吸収後, 数 nsec で再放出 (fast component)
- 燐光, 残光 (phosphorescence, afterglow) (slow component)
- 優れたシンチの要件
  - エネルギーを蛍光放射に変換する効率がよい
  - 蛍光の透過
  - PMTの検出波長と一致
  - decayが短い

## §7.2 Organic Scintillators

- 非局在電子 (pi電子) の遷移から
- 一重項の基底状態S0への遷移が蛍光
- 三重項の基底状態T0から一重項の基底状態S0へ遷移 (系間遷移) するときに燐光

## §7.2.2 Organic Liquids

- wavelength sifter (PMTに検出されやすい波長帯に変換) を入れることができる

## §7.2.3 Plastics

- wavelength sifter (PMTに検出されやすい波長帯に変換) を入れることができる
- decay timeが短い, 明るい
- 安価, 頑丈
- 水, 低級アルコールに強い
- アセトンに弱い
- 速いから立ち上がり時間を考慮する必要がある

# §7.3 Inorganic Scintillators

- 少量の活性化剤不純物を含むハロゲン化アルカリ結晶
- 高密度
- シンチの中で光量が最大
- 阻止能が大きい
- 原理??

# §7.4 Gaseous Scintillators

- 貴ガス, 窒素
- decayが短い
-



# §7.5 Glasses

- Liガラス
- 融点が高く頑丈
- 厳しい環境下
- 光量が少ない (アントラセンの25-30%)
- 中性子に感度

## §7.6 Light Output Response

- シンチレータの光量は効率と分解能を決定する重要な量
- 光量は、粒子の種類とspecific ionization（入射粒子単位飛跡で生じたイオン対の数）に依存
- 厳密にはエネルギーに比例するわけでもない
- 電子が入射した時に、1光子生成するのに必要な平均エネルギー（Table 7.3.）

**Table 7.3.** Average energy loss per scintillator photon for electrons

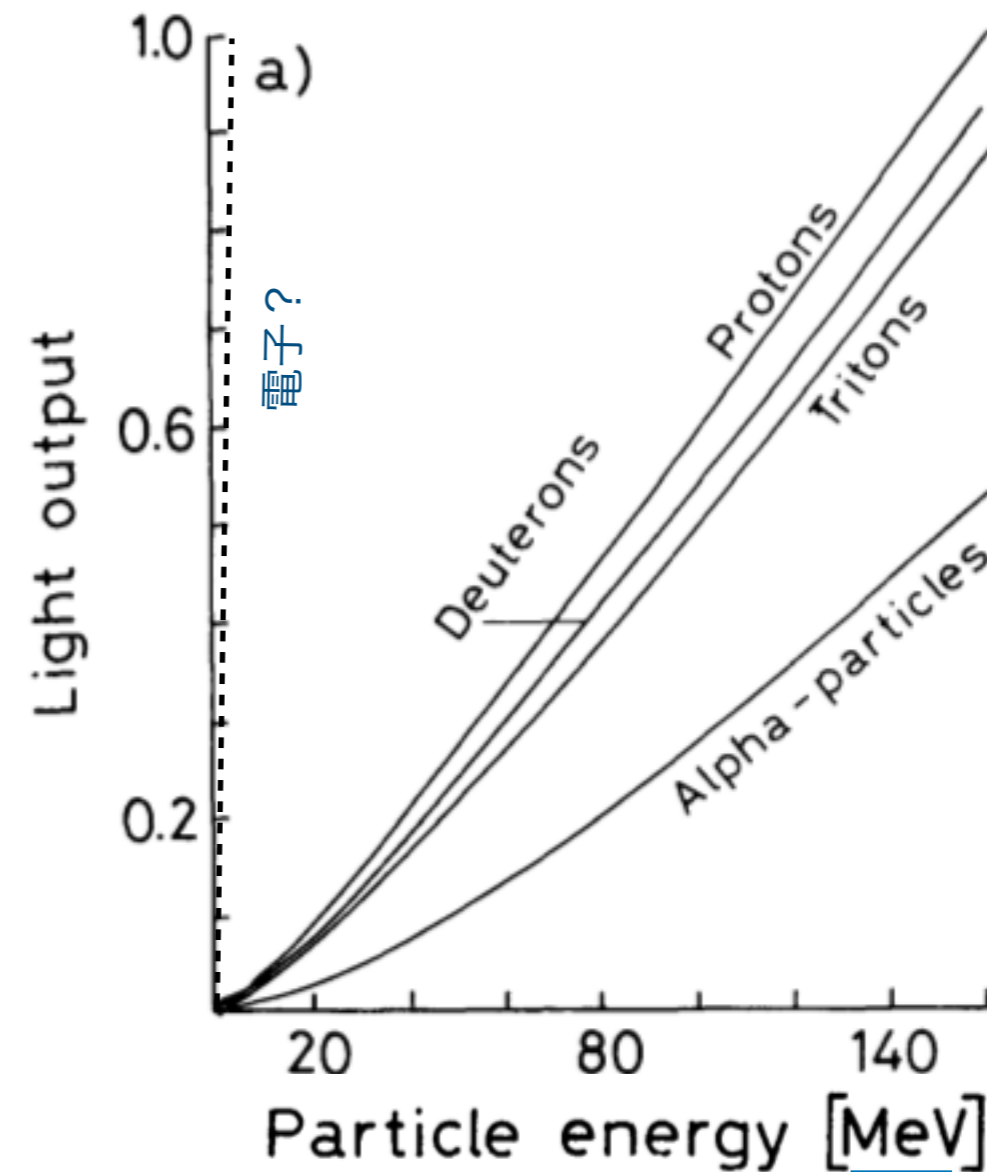
Material	$\epsilon$ [eV/photon]
Anthracene	60
NaI	25
Plastic	100
BGO	300

# §7.6 Light Output Response

- 電子より重い陽子, 重陽子, 三重陽子,  $\alpha$ 粒子が入射した時の電子-光子変換効率 (プラスチックの場合)
- 大質量ほど変換効率は悪い

**Table 7.3.** Average energy loss per scintillator photon for electrons

Material	$\epsilon$ [eV/photon]
Anthracene	60
NaI	25
Plastic	100
BGO	300



# §7.6 Light Output Response

- より詳細なものはTable 7.1.を参照
- 検出効率はPMTの効率 (~30%) と併せて考える必要がある

Table 7.1. Physical properties of various commercial scintillators (data from Nuclear Enterprises scintillator catalog [7.1])

Scintillator	Type	Density	Refractive index	Melting or softening or boiling point C <sup>a</sup>	Light output (% Anthracene)	Decay constant, main component [ns]	Wavelength of maximum emission [nm]	Content of loading element (% by wt.)	H/C No. of H atoms/ No. of C atoms	Principal applications	
Plastic	NE 102A	Plastic	1.032	1.581	75	65	2.4	423	1.104	$\gamma$ , $\alpha$ , $\beta$ , fast $n$	
	NE 104	Plastic	1.032	1.581	75	68	1.9	406	1.100	ultra-fast counting	
	NE 104B	Plastic	1.032	1.58	75	59	3.0	406	1.107	with BBQ light guides	
	NE 105	Plastic	1.037	1.58	75	46		423	1.098	dosimetry	
	NE 110	Plastic	1.032	1.58	75	60	3.3	434	1.104	$\gamma$ , $\alpha$ , $\beta$ , fast $n$ etc.	
	NE 111A	Plastic	1.032	1.58	75	55	1.6	370	1.103	ultra-fast timing	
	NE 114	Plastic	1.032	1.58	75	50	4.0	434	1.109	as for NE 110	
	NE 160	Plastic	1.032	1.58	80	59	2.3	423	1.105	use at high temperatures	
	Pilot U	Plastic	1.032	1.58	75	67	1.36	391	1.100	ultra fast timing	
	Pilot 425	Plastic	1.19	1.49	100			425	1.6	Cherenkov detector	
Liquid	NE 213	Liquid	0.874	1.508	141	78	3.7	425	1.213	fast $n$ (P.S.D.)	
	NE 216	Liquid	0.885	1.523	141	78	3.5	425	1.171	$\alpha$ , $\beta$ (internal counting)	
	NE 220	Liquid	1.036	1.442	104	65	3.8	425	O 29%	internal counting, dosimetry	
	NE 221	Gel	1.08	1.442	104	55	4	425		$\alpha$ , $\beta$ (internal counting)	
	NE 224	Liquid	0.877	1.505	169	80	2.6	425		$\gamma$ , fast $n$	
	NE 226	Liquid	1.61	1.38	80	20	3.3	430		$\gamma$ , insensitive to $n$	
	NE 228	Liquid	0.71	1.403	99	45		385		$n$	
	NE 230	Deuterated liquid	0.945	1.50	81	60	3.0	425	D 14.2%	(D/C) special applications	
	NE 232	Deuterated liquid	0.89	1.43	81	60	4	430	D 24.5%	(D/C) special applications	
	NE 233	Liquid	0.874	1.506	117	74	3.7	425		$\alpha$ , $\beta$ (internal counting)	
	NE 235	Liquid	0.858	1.47	350	40	4	420		large tanks	
	NE 250	Liquid	1.035	1.452	104	50	4	425	O 32%	internal counting, dosimetry	
	Loaded liquid	NE 311 & 311A	B loaded liquid	0.91	1.411	85	65	3.8	425	B 5%	$n$ , $\beta$
		NE 313	Gd loaded liquid	0.88	1.506	136	62	4.0	425	Gd 0.5%	$n$
NE 316		Sn loaded liquid	0.93	1.496	148.5	35	4.0	425	Sn 10%	$\gamma$ , x-rays	
NE 323		Gd loaded liquid	0.879	1.50	161	60	3.8	425	Gd 0.5%	$n$	
Neutron (ZnS-type) and glass	NE 422 & 426	<sup>6</sup> Li-ZnS(Ag)	2.36		110	300	200	450	Li 5%	slow $n$	
	NE 451	ZnS(Ag) plastic	1.443		110	300	200	450		fast $n$	
	NE 901, 902, 903	Glass	2.64	1.58	c. 1200	28	20 & 60	395	Li 2.3%	$n$ , $\beta$	
	NE 904, 905, 906	Glass	2.5	1.55	c. 1200	25	20 & 58	395	Li 6.6%	$n$	
	NE 907, 908	Glass	2.42	1.566	c. 1200	20	18 & 62	399	Li 7.5%	$n$	
	NE 912, 913	Glass	2.3	1.55	c. 1200	25	18 & 55	397	Li 7.7%	$n$ , $\beta$ (low background)	
	Crystal	Anthracene	Crystal	1.25	1.62	217	100	30	447	0.715	$\gamma$ , $\alpha$ , $\beta$ , fast $n$
Stilbene		Crystal	1.16	1.626	125	50	4.5	410	0.858	fast $n$ (P.S.D.), $\gamma$ , etc.	
NaI(Tl)		Crystal	3.67	1.775	650	230	230	413		$\gamma$ , x-rays	
NaI(pure)		Crystal	3.67	1.775	651	440 <sup>b</sup>	60 <sup>b</sup>	303 <sup>b</sup>		$\gamma$ , x-rays (fast counting)	
LiI(Eu)		Crystal	4.06	1.955	445	75	1200	475		$n$	
CsI(Tl)		Crystal	4.51	1.788	620	95	1100	580		heavy particles, $\gamma$ (P.S.D.)	
CsI(Na)		Crystal	4.51	1.787	621	150, 190	650	420		heavy particles, $\gamma$ (P.S.D.)	
CsI(pure)		Crystal	4.51	1.788	621	500 <sup>b</sup>	600 <sup>b</sup>	c. 400 <sup>b</sup>		heavy particles, $\gamma$ (low energy)	
CaF <sub>2</sub> (Eu)		Crystal	3.17	1.443	1418	110	1000	435		$\beta$ , x-rays etc.	
CaWO <sub>4</sub>		Crystal	6.1	1.92	1535	36	6000	430		$\gamma$ (seldom used)	
ZnS(Ag)		Multi-crystal	4.09	2.356	1850	300	200	450		$\alpha$	
ZnO(Ga)		Multi-crystal	5.61	2.02	1975	90	1.48	385		$\alpha$	

<sup>a</sup> Although NE 160 begins to soften very slightly at approximately 80°C, it retains its shape up to at least 150°C unlike other plastic scintillators as NE 102A.  
<sup>b</sup> At liquid nitrogen temperature.

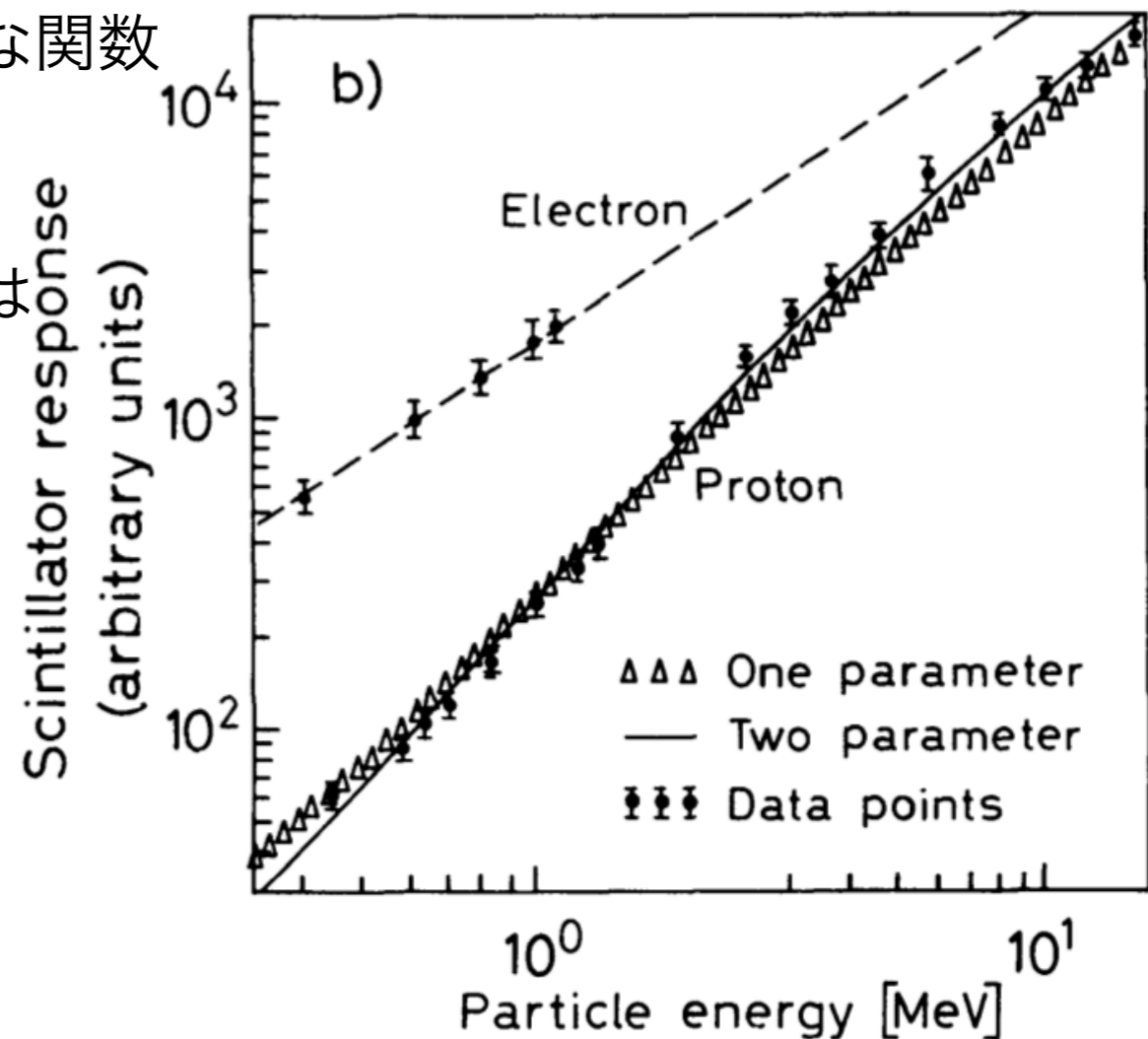
# §7.6.1 Linearity

- 光量が粒子の放出したエネルギーに比例するという関係

$$L \propto \Delta E$$

は厳密ではないが多くの場合で良い近似

- 実際にはエネルギー以外にも依存する複雑な関数
- 有機シンチの場合, 125 keV以下の電子では小さい非線形性が見られる
- 重い粒子では, より顕著
- エネルギーになるにつれ大きい非線形性



## §7.6.1 Linearity

- Briksのモデル (1951)

理想的には線形性が成立すると仮定し、クエンチングにより直線からずれる

- 単位長さあたりの光量  $\frac{dL}{dx}$  は、

$$\frac{dL}{dx} = \frac{A \frac{dE}{dx}}{1 + kB \frac{dE}{dx}}$$

- $A$  : 絶対シンチレーション効率

$kB$  : イオン化反応点の数密度に依存する係数 (実験から求められる)

(分母の  $\frac{dE}{dx}$  の項はクエンチの効果を表す)

- Briksのモデルは良い精度で一致

→ さらに良い近似のために高次の式へ

## §7.6.1 Linearity

$$\frac{dL}{dx} = \frac{A \frac{dE}{dx}}{1 + B \frac{dE}{dx} + C \left( \frac{dE}{dx} \right)^2}$$

や

$$\frac{dL}{dx} = \frac{A}{2B} \ln \left( 1 + 2B \frac{dE}{dx} \right)$$

- これら (Briksの公式を含む) は小さい  $\frac{dE}{dx}$  で

$$\frac{dL}{dx} \simeq \frac{dE}{dx}$$

となる

## §7.6.1 Linearity

- 一方, 大きい  $\frac{dE}{dx}$  では異なる結果となり, 例えばBirkの公式では,

$$\frac{dL}{dx} \simeq \frac{A}{kB}$$

- となり, これを積分すると, range (飛程) の関数として表される

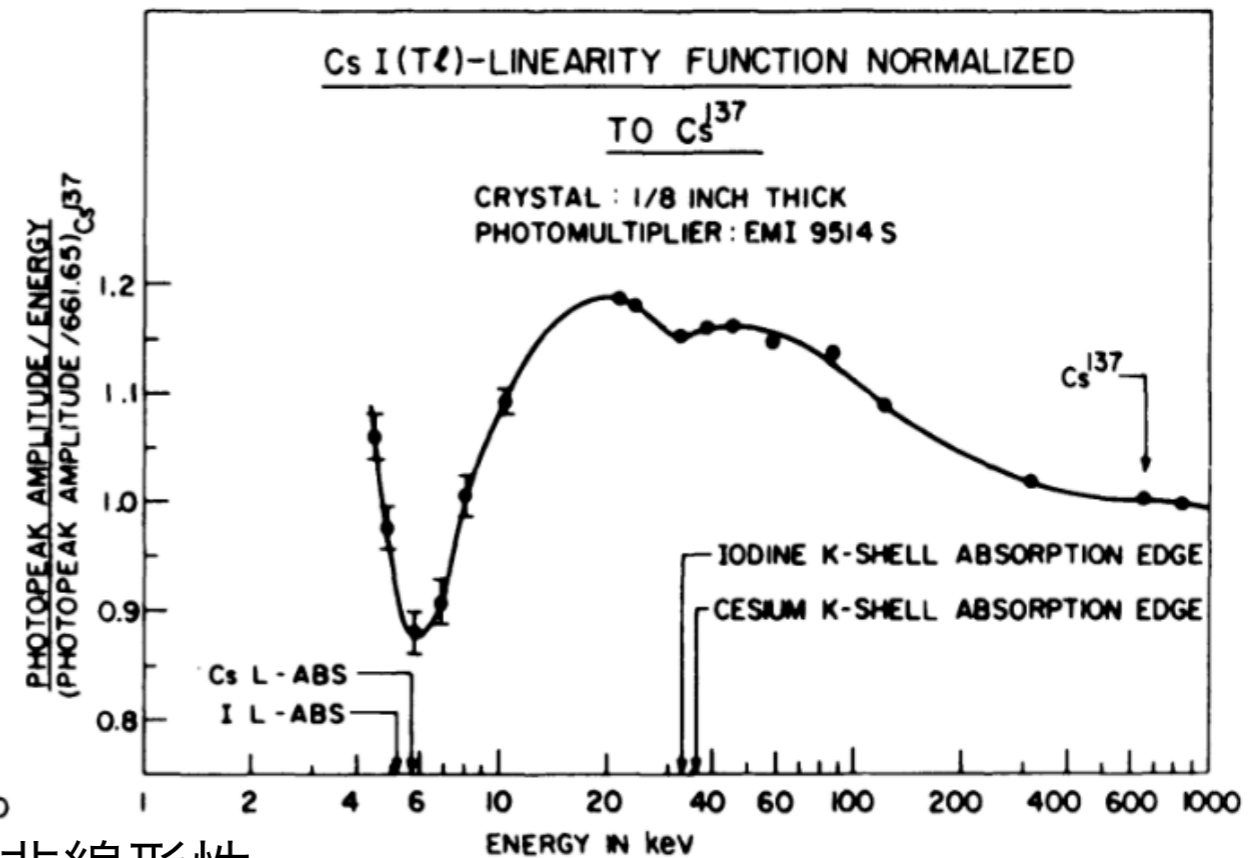
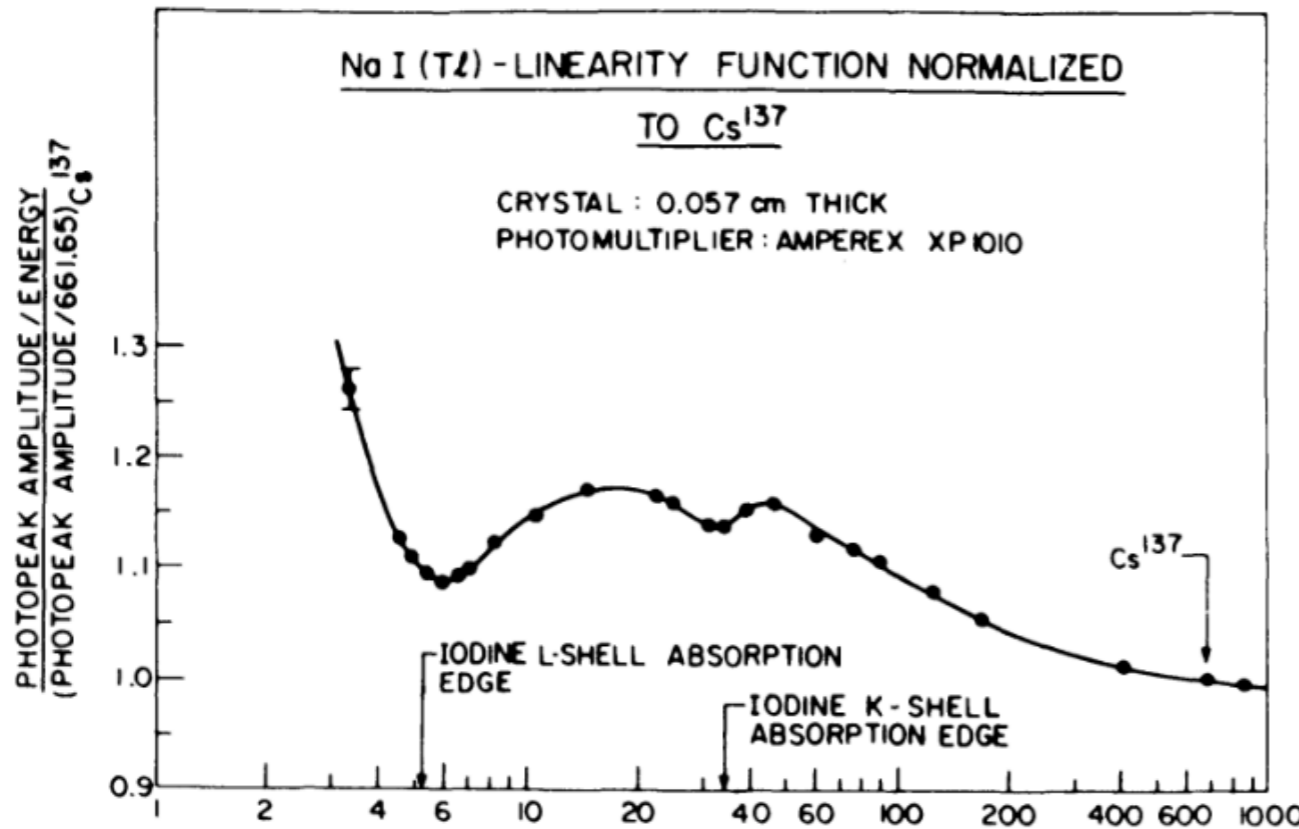
$$L \simeq \frac{A}{kB} R(E)$$

- $\frac{dL}{dx}$  が粒子の種類に依存し, いずれの式も実験と完全には一致しない
- 現時点で最もよく実験と合うのはVoltzらによるもの  
粒子種とシンチレータの応答速度 (蛍光減衰時間) も考慮に入れている
- 今後も改良していくことが重要



# §7.6.1 Linearity

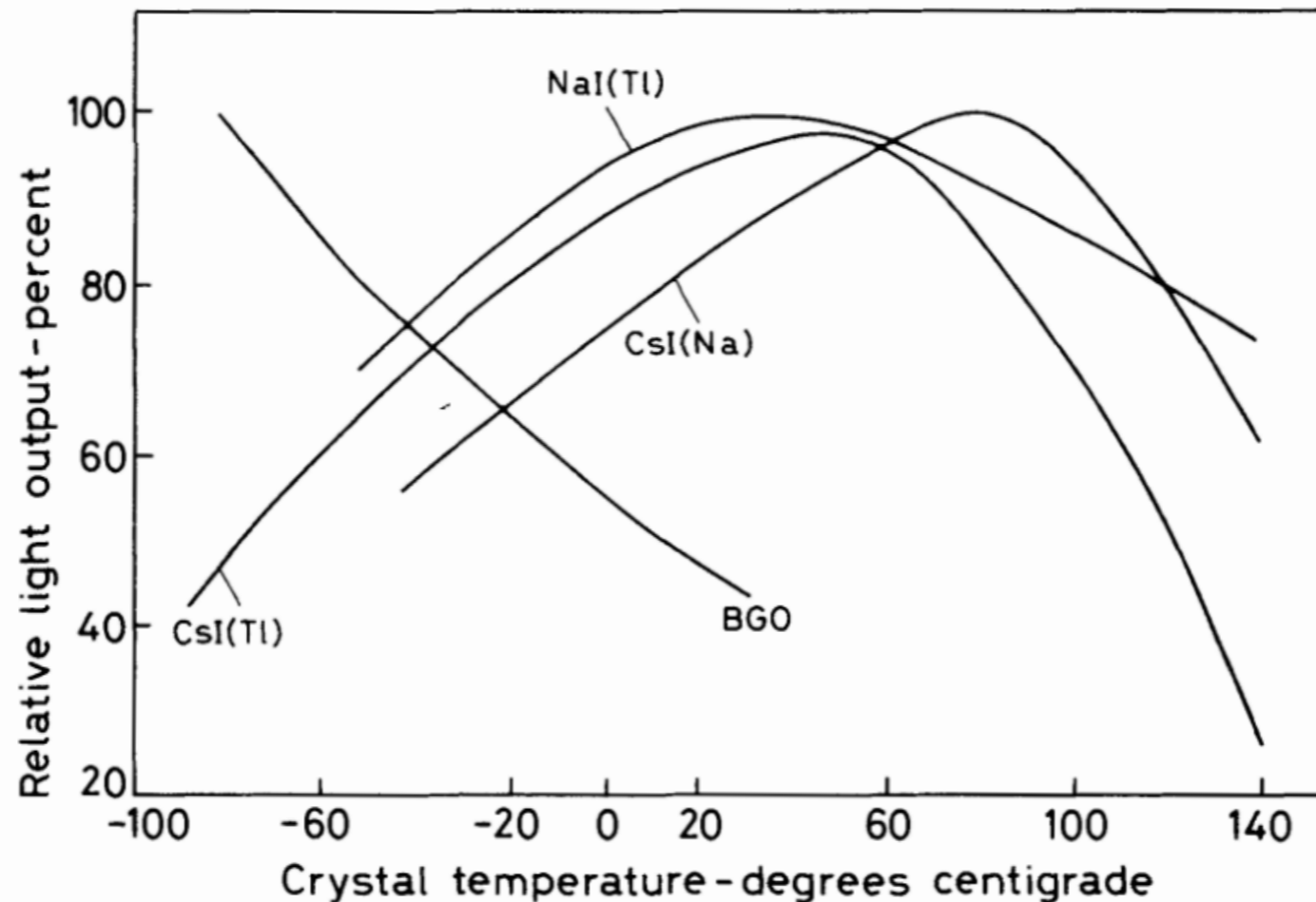
- ここまで有機シンチレータ, ここからは無機シンチレータ
- 無機シンチレータは直線からのズレが小さい
- NaIで400 keV以上では線形性が良く成立する



- K,L-edgeに相当するエネルギーで大きな非線形性
- 無機シンチレータで成立する唯一の公式：While-Birkの公式

## §7.6.2 Temperature Dependence

- シンチレータの光量は温度にも依存する
- 有機シンチレータは $-60^{\circ}\text{C}$ から $20^{\circ}\text{C}$ で90%程度しか変動しない
- 一方, 無機シンチレータは通常範囲の温度で大きく変動する



## §7.6.3 Pulse Shape Discrimination (PSD)

- discriminator...弁別回路
  - ほとんどのシンチレータは短時間の単一パルスを形成するが、一部のものはゆっくりと発光する
  - 速いパルスも遅いパルスも光量はある程度  $\frac{dE}{dx}$  に依存する
  - $\frac{dE}{dx}$  依存性が大きい物質では光の減衰時間が入射粒子の種類によって変化
- 放出された光の波形で粒子識別が可能

## §7.6.3 Pulse Shape Discrimination (PSD)

- 入射粒子によって減衰の様子が異なる (スチルベンシンチレータ)

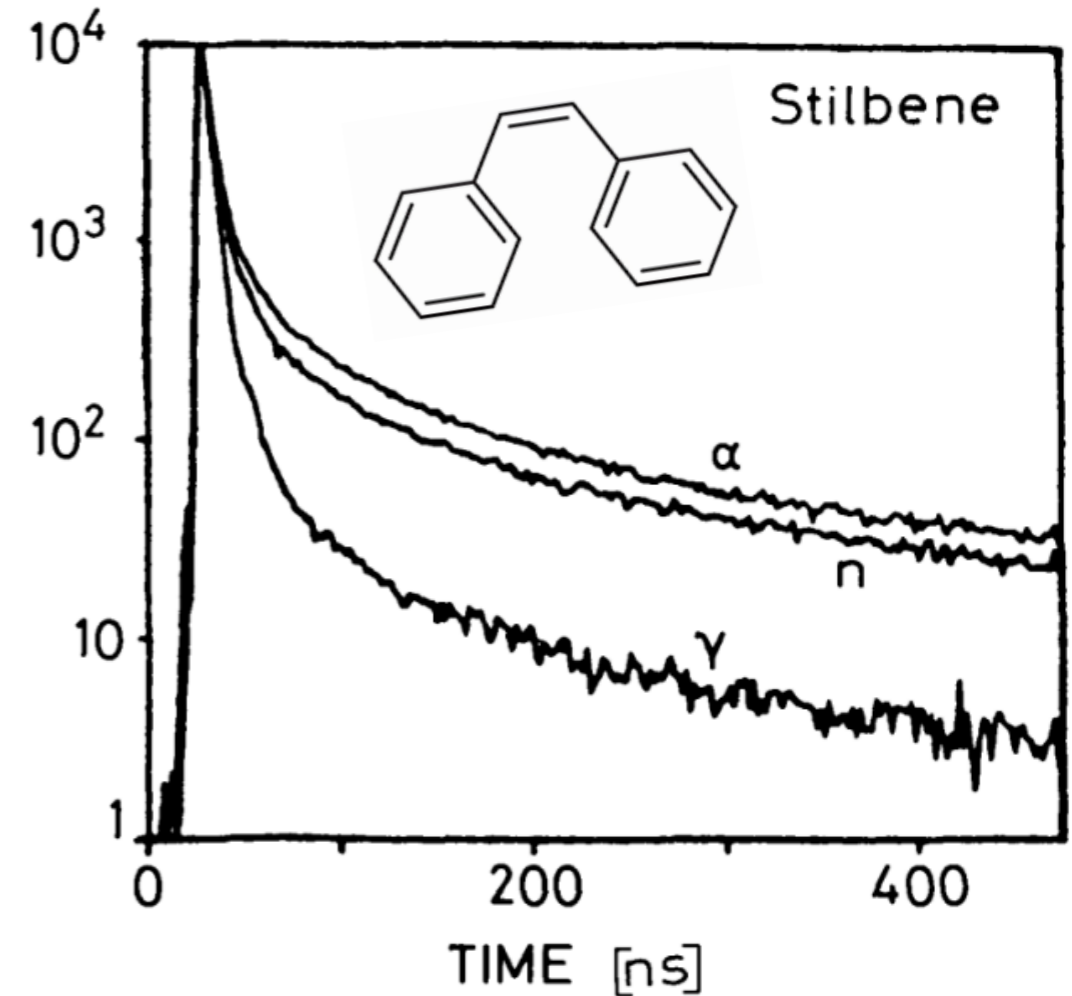
- 速い成分と遅い成分は, シンチレータの異なる状態からの脱励起

- 異なる粒子は  $\frac{dE}{dx}$  が異なる

→速い成分と遅い成分の比が異なる

→波形が粒子によって異なる

→粒子波形弁別 (PSD) が可能



## §7.6.3 Pulse Shape Discrimination (PSD)

- 大きい  $\frac{dE}{dx}$  により励起された軌道電子は長い間励起状態にとどまり、  
小さい  $\frac{dE}{dx}$  によって励起されたものは短い時間で脱励起
  - 励起された電子は空孔とクーロン力で束縛状態（励起子（<sup>エキシトン</sup> exciton））を形成
- 減衰時間はシンチレータ内の不純物や温度にも依存する  
→ 検出器によって異なる
- PSDは液体シンチレータを用いた中性子の識別など多くの方面で活躍している

# §7.7 Intrinsic Detection Efficiency for Various Radiations

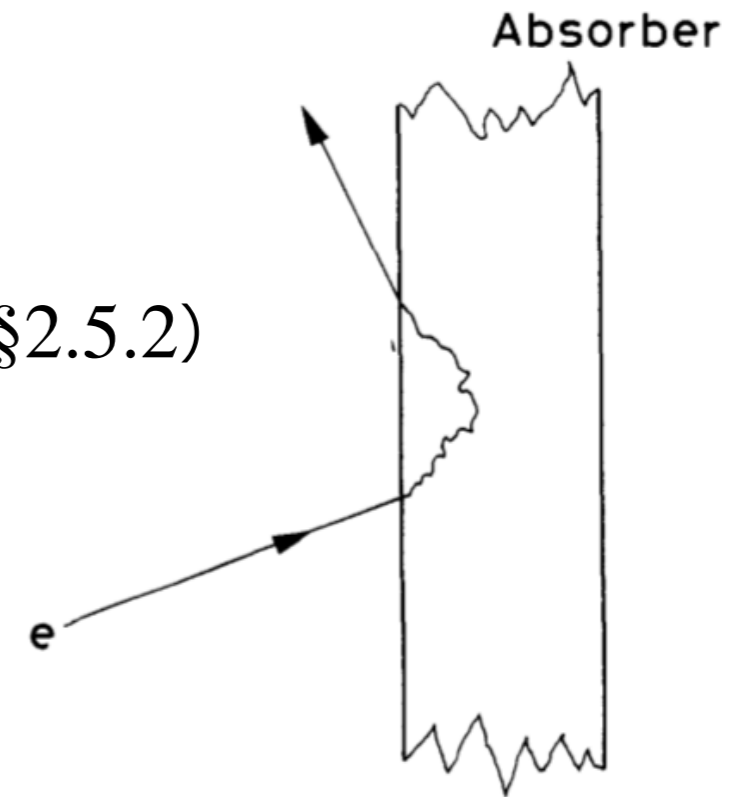
- シンチレータ検出器をある放射線に対して用いる際には
  - 1.入射粒子とシンチレータがどのような反応をするか
  - 2.反応が起きる確率
  - 3.放出される光量について検討が必要
- 2.については、粒子の平均自由行程で決まる
  - 多くの場合（荷電粒子）では、 $\mu\text{m}$ オーダー
  - 中性粒子では十分な検出率を得るためには大きくなってしまいかもしれない
- 3.については既に§7.6で議論済
- この節は、いくつかの粒子に対し最適となるシンチレータについて

# §7.7.1 Heavy Ions

- 重イオンに対してどのシンチレータも発光はするが、消光効果 (quenching effects) のため、シンチレータ自体あまり適切ではない
  - 励起分子が熱などによってエネルギーを失う
  - 同じエネルギーでも重い粒子ほど発光量が小さい
- 有機シンチレータでは $\alpha$ 粒子は $e^-$ と比べて $\frac{1}{10}$ の発光量
- 無機シンチレータでも50% – 70%
- 重イオンの検出には、高い光量 $L$ と大きな阻止能 $\frac{dE}{dx}$ を持つNaIが伝統的に用いられてきた
- $\alpha$ 粒子には、エネルギー分解能では劣るものの、低計数でのみ使えることからZnSが用いられることも

## §7.7.2 Electrons

- ほとんど全てのシンチレータで効率は100%に近い
- 軽い質量のためにbackscatteringが起きてしまう (cf. §2.5.2)
- backscattering効果は検出器のZが大きくなるにつれ急速に大きくなる
- 小さなZの有機シンチレータが適当  
(8%程度はbackscattering効果を受ける)
- 無機シンチレータであるNaIでは80 – 90%
- この問題は線源の $4\pi$ 方向を覆うなどして解決可能
- 高エネルギー領域では, シャワーを発展させやすい大Zの物質 (無機シンチレータ) が適切となる

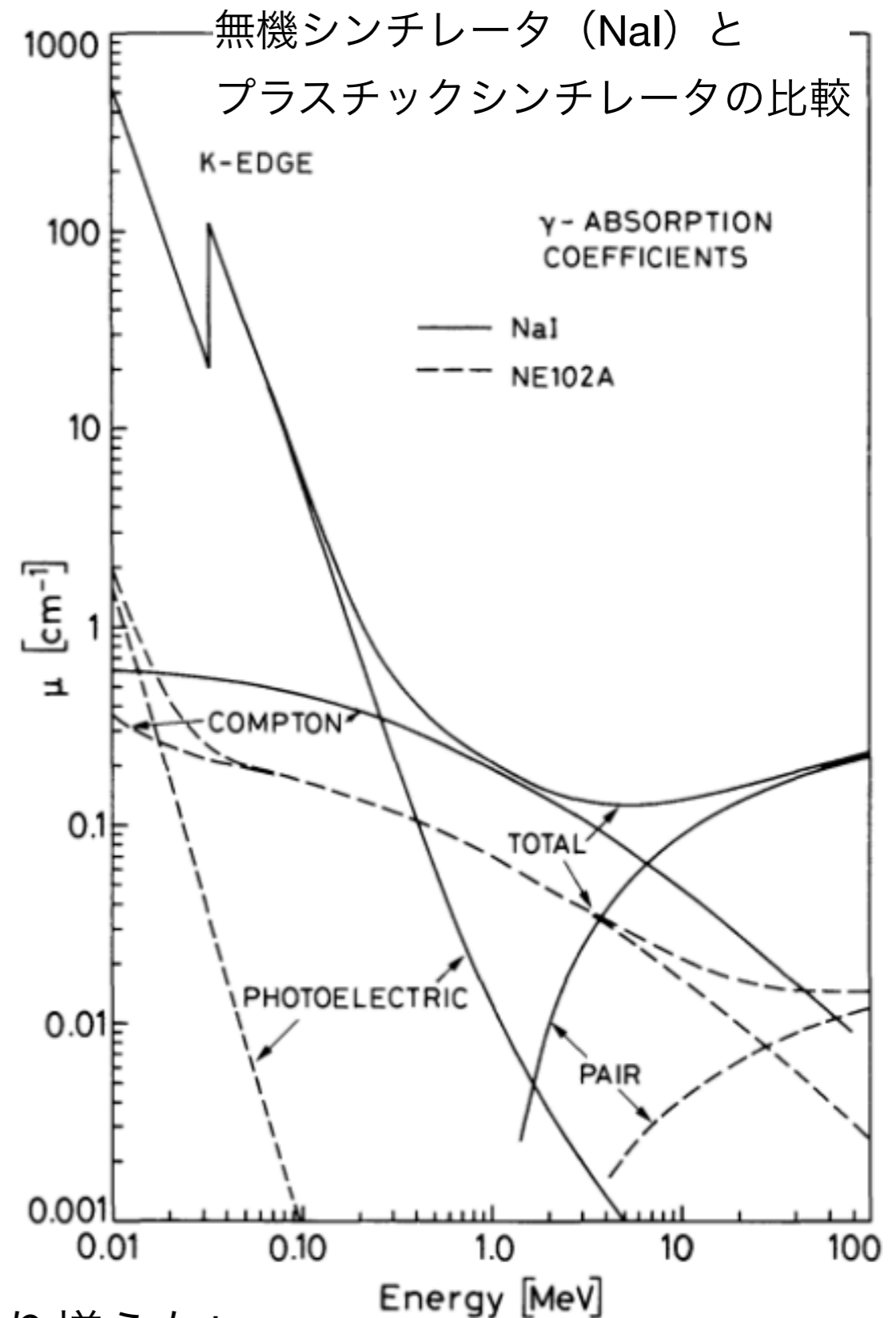


**Fig. 2.16.** Backscattering of electrons due to large angle multiple scatterings



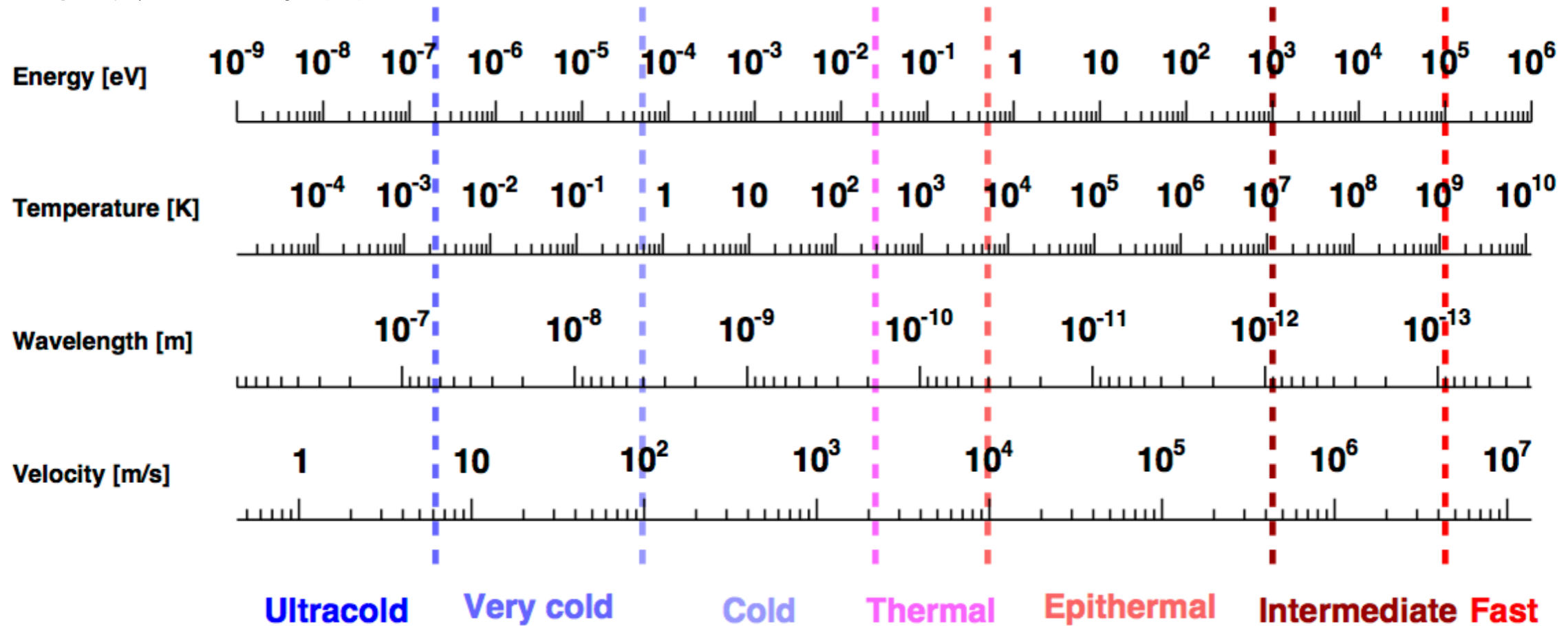
# §7.7.3 Gamma Rays

- 電子と逆で大きいZの物質が適している
  - 光電効果： $\sigma_{PE} \propto Z^5$
  - Compton散乱： $\sigma_C \propto Z$
  - 対生成： $\sigma_{pp} \propto Z^2$
- Compton散乱では散乱後の光子が素通りし検出されないことも
- $\gamma$ 線が一度に全てのエネルギーを落とす光電効果と対生成が適している
- 幸い、Zを大きくしてもCompton散乱はあまり増えない



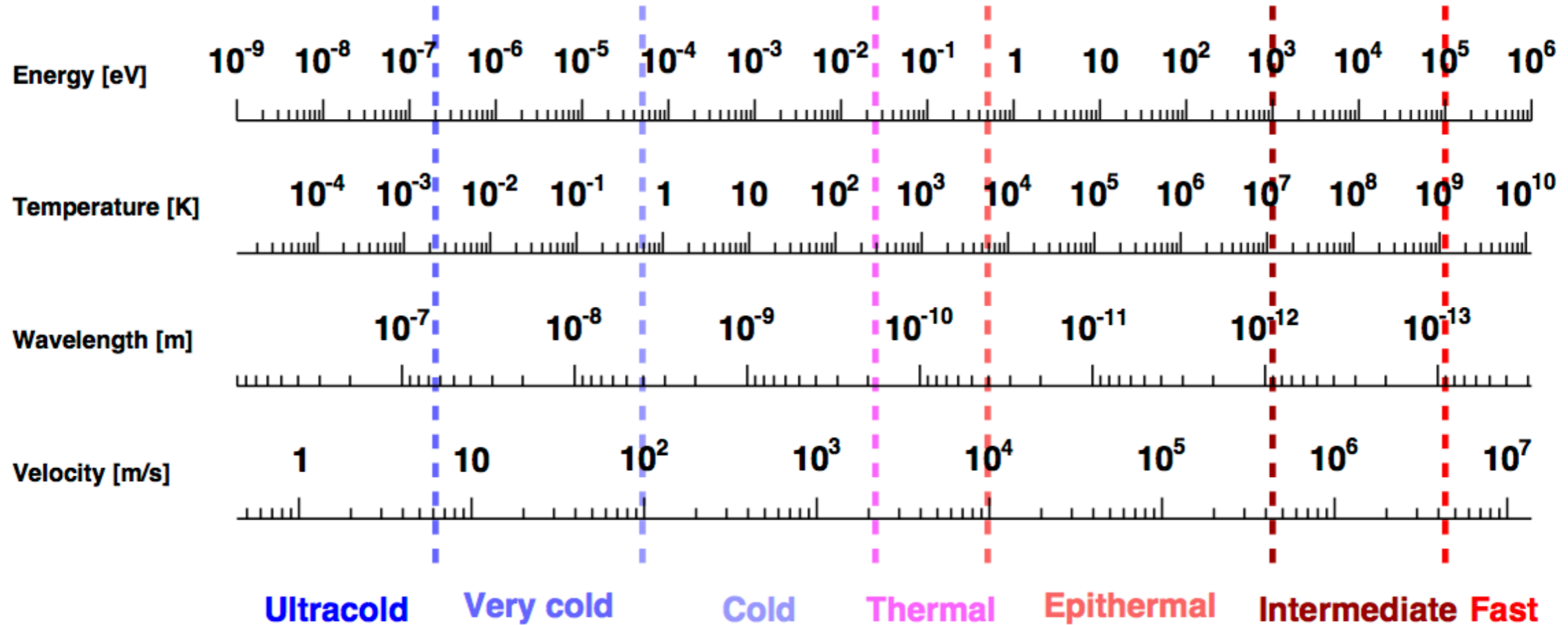
# §7.7.4 Neutrons

- $\gamma$ 線と同様に中性子も，荷電粒子にエネルギーを変換させて間接的しか検出できない



- 高速中性子に対しては主に $(n, p)$ 反応を用いる  
→水素化合物を多く含むもの  
NE213などの液体がよく用いられる
- NE213はPSDによって $n$ と $\gamma$ を良い精度で識別できる

# §7.7.4 Neutrons



- 熱中性子に対しては $(n, \gamma)$ や $(n, \alpha)$ 反応を利用  
→  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{F}$ を含むものが大きい断面積を持つ
- $\text{LiI}(\text{Eu})$ は2 cmで90%の検出効率
  - BGとなる $\gamma$ 線にも感度を持つ

## §7.7.4 Neutrons

- より適切なものは ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{F}$ を添加できるガラスシンチレータ
  - $\beta$ や $\gamma$ にも感度を持つが、いくつかのガラスでPSD可能
- 最適なものは液体シンチレータ

\*NE213について

\*溶質：ナフタレン ( $\text{C}_{10}\text{H}_8$ )

\*溶媒：キシレン ( $\text{C}_8\text{H}_{10}$ )

# §8

- フォトマル

# §8.1

- PMTの動作原理
- 光電効果で電子を作る (カソード)
- 電子を増幅 (ダイオード)
- アノード

## §8.2

- 光電効果には閾値以上の振動数が必要
- 閾値を超えても確率は1ではない
  
- 効率は量子効率 $\eta$  (光電子数/入射光子数)
- カソードの物質による
  
- 紫外光でも良い？
- シンチレーターにwave length sifterを入れる意味？
  - 早すぎる電子がいると増幅するのに集めにくい@1段目
  - 高電流での安定性に問題？

## §8.3

- カソードから放出される電子をダイノードの一段目へガイドしてやる必要がある  
(fig8.3)



## §8.4

- 電場で電子を加速
- 良いダイノード材料の条件
  - 大きい二次放出係数 ( )
  - 大きな電流下での安定した二次電子放出効率
  - 低熱電子放出 (低ノイズ)
- 従来 of PM は 10-14 段で  $10^7$  の利得
- GaP を用いると 5 段で ok

## §8.4.1

- ダイノードの構成によって高電流での安定性が異なる
- fig8.5
  
- Micro-channel Plate (MCP)
- 寸法が小さいため優れた位置分解能
-

## §8.4.2

- 理想的には同じ電子に対して同じ個数の二次電子
- 統計的な性質によりゲインが変動（変動の大きさを表しているのがb）
- 図8.8
- fitしたときのパラメータbが小さい方がいい
- 左の方がいい

# §8.5.1

- ゲインとかける電圧
  
- 1%程度のゲイン安定性を得るためには0.1%の電圧安定性

## §8.5.2

- voltage dividerを用いる
- 抵抗のチェーンによってそれぞれのダイノードに最適な電圧を割り振る
  
- 電圧の維持
  - デカップリングコンデンサ
  - ツェナーダイオード

# §8.5.3



## §8.5.4

- voltage dividerを用いる
- 抵抗のチェーンによってそれぞれのダイノードに最適な電圧を割り振る
  
- 電圧の維持
  - デカップリングコンデンサ
  - ツェナーダイオード

## §8.8.3

- 無視できない温度依存性
  - 暗電流
  - カソードの分光感度 (0.5%/K)
  - ダイノードの表面特性 (光電面でのみ影響電圧をかけても傾きが変わらない)



# §8.9 Gain Stability

- PMTのdrift, shift
- とは？

# §9 Gain Stability

- シンチレータとの接続

# §9.1

- シンチレータでの光の損失
- シンチレータとPMTの境界などでの漏れ出し
- 減衰（典型的な減衰長は~1mのオーダー）

# §9.1

- シンチレータでの光の損失
  - シンチレータとPMTの境界などでの漏れ出し
  - 減衰（典型的な減衰長は~1mのオーダー）
- 
- 入射角 > ブリュースター角 全反射
  - 入射角 < ブリュースター角 一部透過
  - →外に逃げないように反射材で覆う
  - 鏡面反射と拡散反射の2種類の反射

# §9.2

- PMTとの接続

# §9.3

- 複数のPMTを接続

# §9.4

- ライトガイド
  - プレキシガラス
  - ルーサイト
  - パーシベックス
- ライトガイドの入り口と出口の断面積が等しくあるべき (adiabatic light guide)
- 出口が小さいと, 光のフラックスが圧縮できない (?) ため損失
- fig9.8 aが一番損失が少ない

# §9.5

- fluorescent radiation converters
- 波長を変換させることで圧縮可能にしている  
(波長はブロードになる??)
- 位相空間の体積が不変?

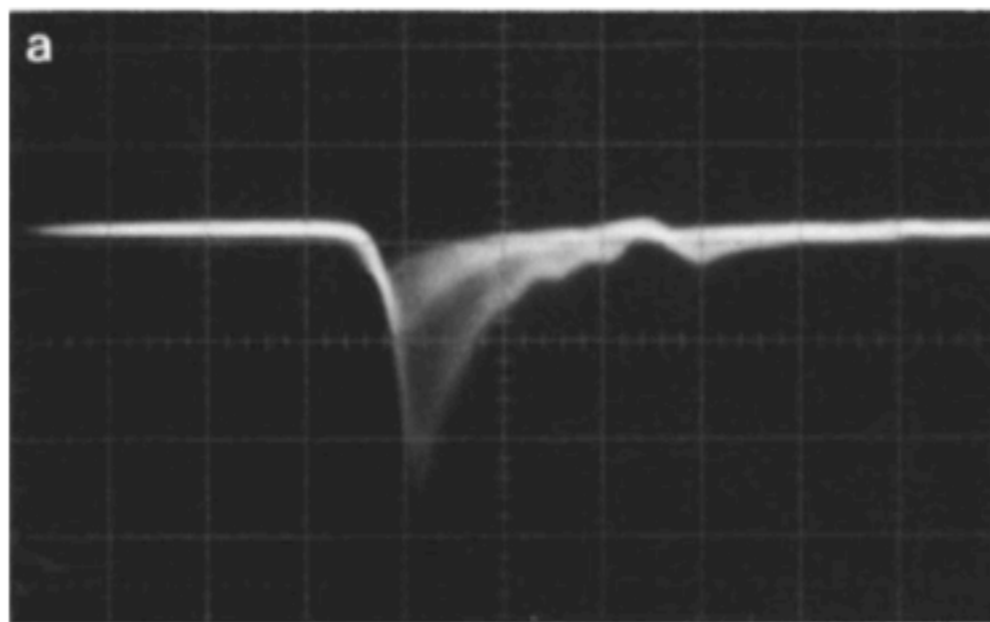


# §9.6

- PMTの取り付け方

# §9.7

- シンチレータの扱い
- fig 9.16
- プラスチックシンチレータではリングングが見られる



## §9.7.2

- PMの電圧はメーカーの推奨値に
- その他の電圧を用いる場合は放電に注意

# §9.7.3

- シンチレーションプラトー

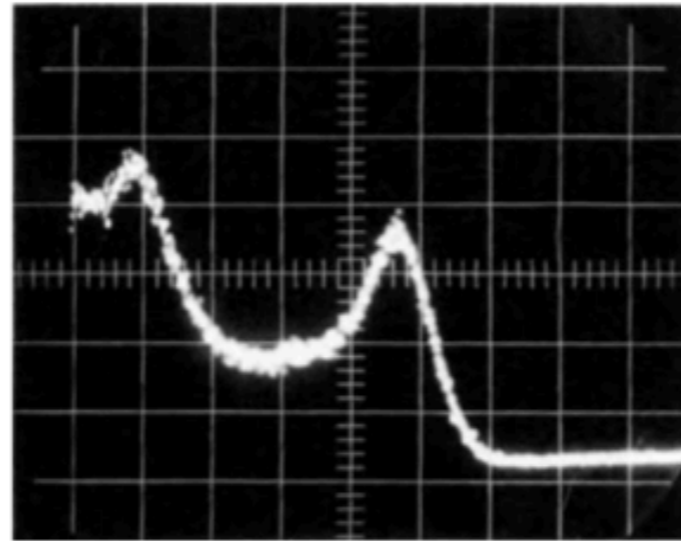


Fig. 9.19. Pulse height spectrum of  $^{207}\text{Bi}$  observed with the detector in Fig. 9.16

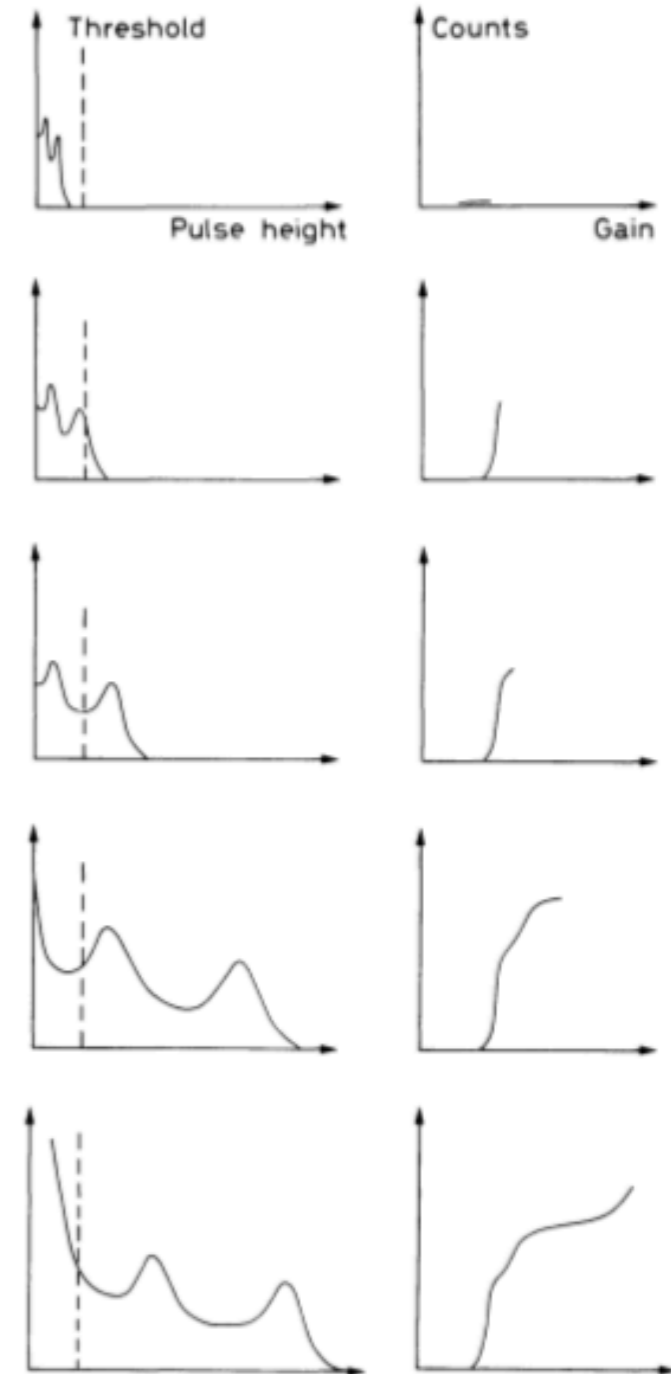


Fig. 9.20. Steps leading to the scintillator counting plateau

# §9.7.4

- シンチレーションプラトー

# §10 Semiconductor

- 電子-正孔のペアを作るために必要なエネルギーが,  
ガス検出器の電子-イオン対を作るために必要なエネルギーの10分の1

# §10.1

- 真性半導体 (↔不純物半導)

# §10.1.1

- 半導体のバンド構造



# §10.1.2

- 半導体における電荷
- 電子-正孔

# §10.1.5

- 再結合とトラッピング
- 放射線検出器として使う際には電子が伝導帯にいる時間が短くなるため、有害なプロセス

# §10.2

- 不純物半導体
- n型半導体, p型半導体

# §10.2.1

- 補償半導体
- アクセプターとドナーの両方の不純物をドーブ
- n型とp型の両方の性質を持ち， アクセプターとドナーの濃度が等しい時， 真性半導体
- なぜこのようなことをするかは， 後の章で解説

## §10.3.2

- 静電容量 $C$ がノイズに影響
- 空乏層幅 $d$ を大きくすることで $C$ を小さくできる

## §10.3.3

- 逆バイアス電圧をかけることで空乏層幅 $d$ を大きくできる

# §10.4

- 逆バイアス電圧をかけることで空乏層幅 $d$ を大きくできる

## §10.4.2

- Linearity
- 軽い荷電粒子ではよく Linearity が成立
- 重い粒子
- 貫通する時は



# §10.5.3 Ion-Implanted Diodes

- 加速器から不純物となるイオンビームを半導体結晶に照射

# §10.5.4 Ion-Implanted Diodes

- 加速器から不純物となるイオンビームを半導体結晶に照射

# §10.6 Position-Sensitive Detectors

- 半導体素子は、高エネルギー物理で高い位置分解能を持つ検出器として注目
- 磁気スペクトログラフ（磁場中の軌跡の半径から運動量を求める）  
エマルジョン検出器にとってかわる全電子式の検出器が求められていた
- 位置分解能を持つ2種類の検出器
  1. Resistive Charge Division Method（抵抗分割型検出器）
  2. 読み出し素子の離散的な配列（離散型検出器）
- これらの手法を用いて1次元/2次元の位置分解能を実現

# §10.6.1 Continuous and Discrete Detectors

- まず1つ目のResistive Charge Division Method (抵抗分割型)
- $L = 5 \text{ cm}$ 程度のダイオードの表に一様な抵抗を持つ電極, 裏に小さい抵抗の電極
- 粒子が入射すると, 点Bに集められる電荷は

$$Q_B \propto E \frac{x}{L}$$

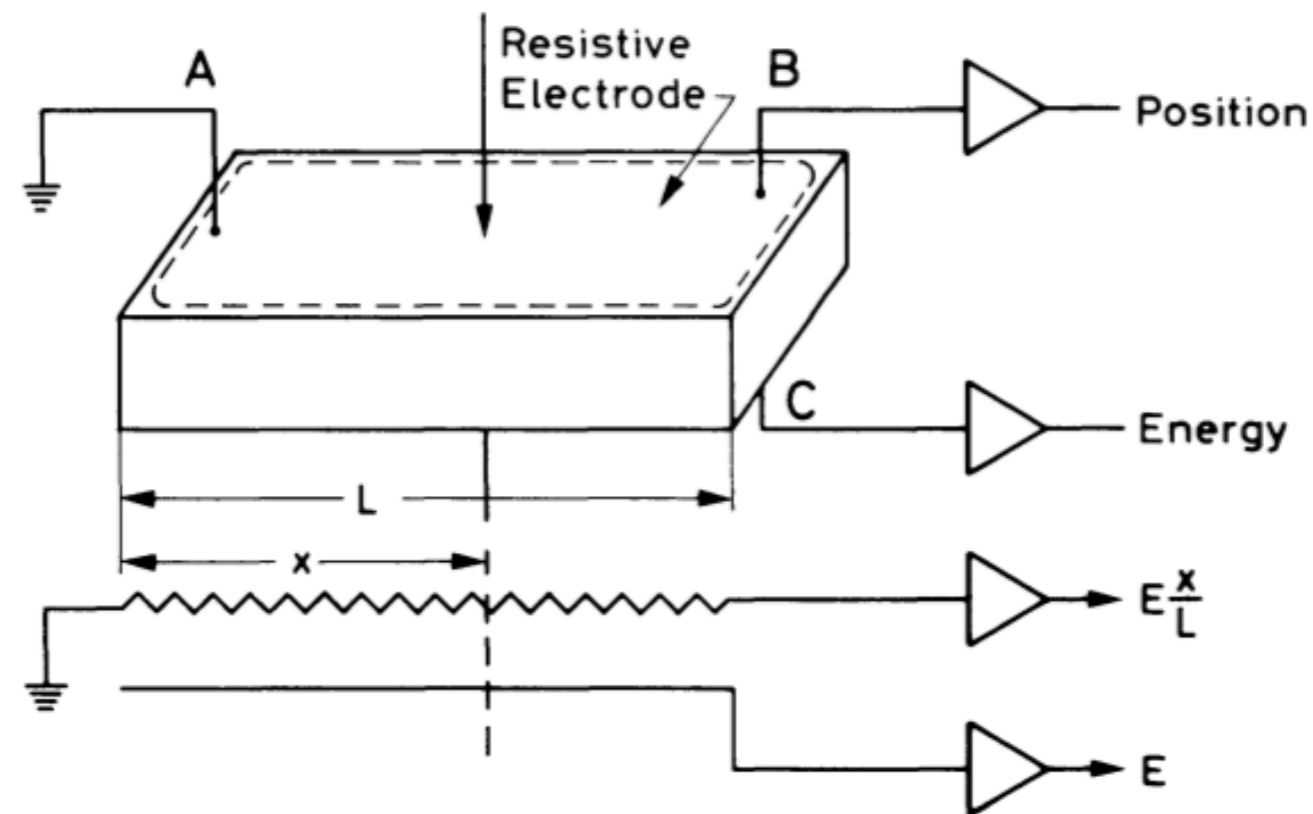
- 点Cに集められる電荷は

$$Q_C \propto E$$

- これらから

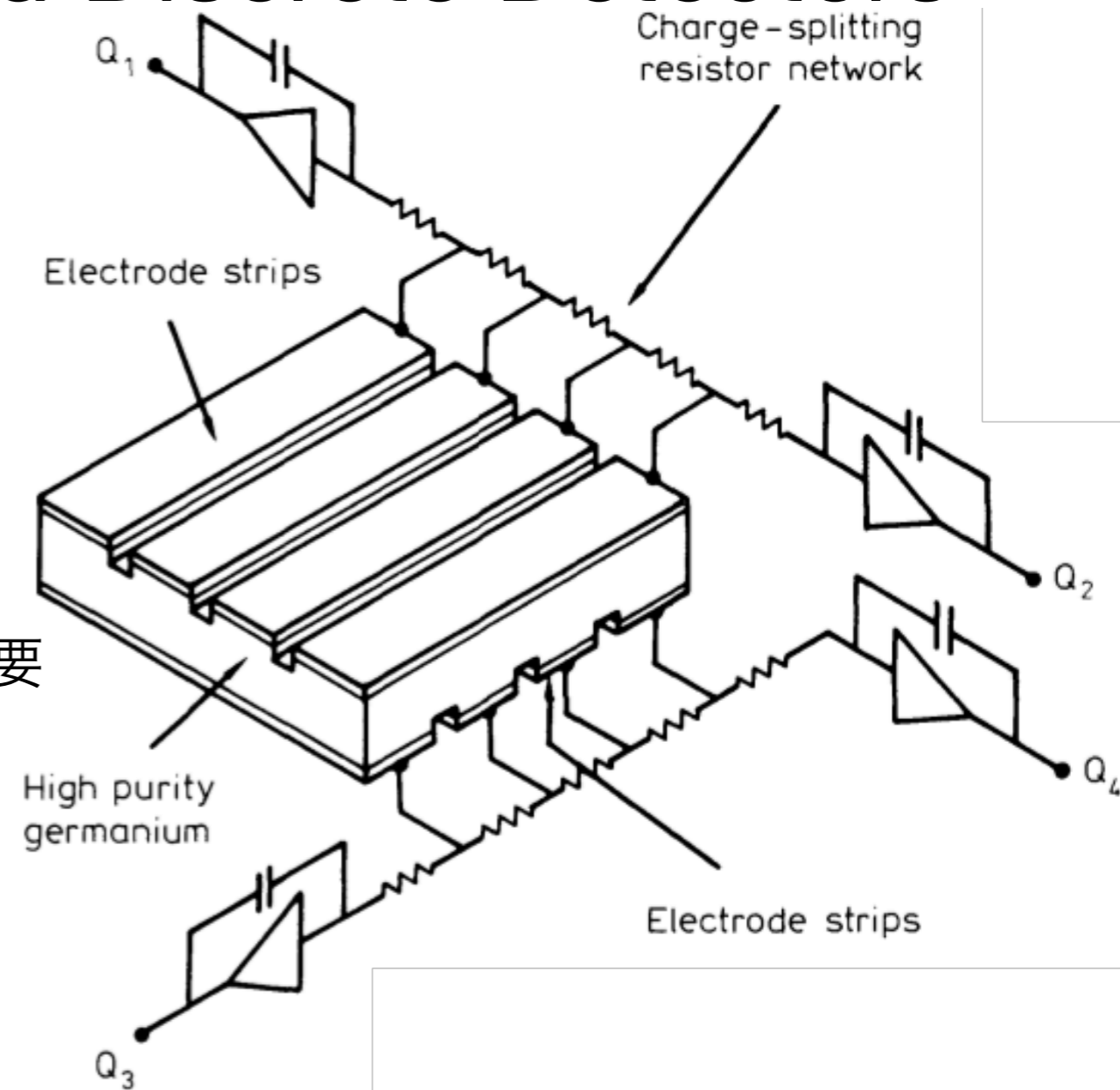
$$\frac{Q_B}{Q_C} \propto \frac{x}{L} \quad (\text{比例係数?})$$

- 均質なダイオードと抵抗層, 出力信号の正確な整形  
→直線性を1%以下にすることができる



# §10.6.1 Continuous and Discrete Detectors

- 次に2つ目の離散型検出器
- 一つの半導体上に電極（ストリップ）  
2次元のものはマトリックス検出器（図）  
1次元のものはストリップ検出器
- 各ストリップごとにプリアンプなどが必要  
→ (resistive divider) 分圧回路に接続
- 空間分解能は電極幅（～数百 $\mu\text{m}$ ）
- 連続型より優れた時間・エネルギー分解能

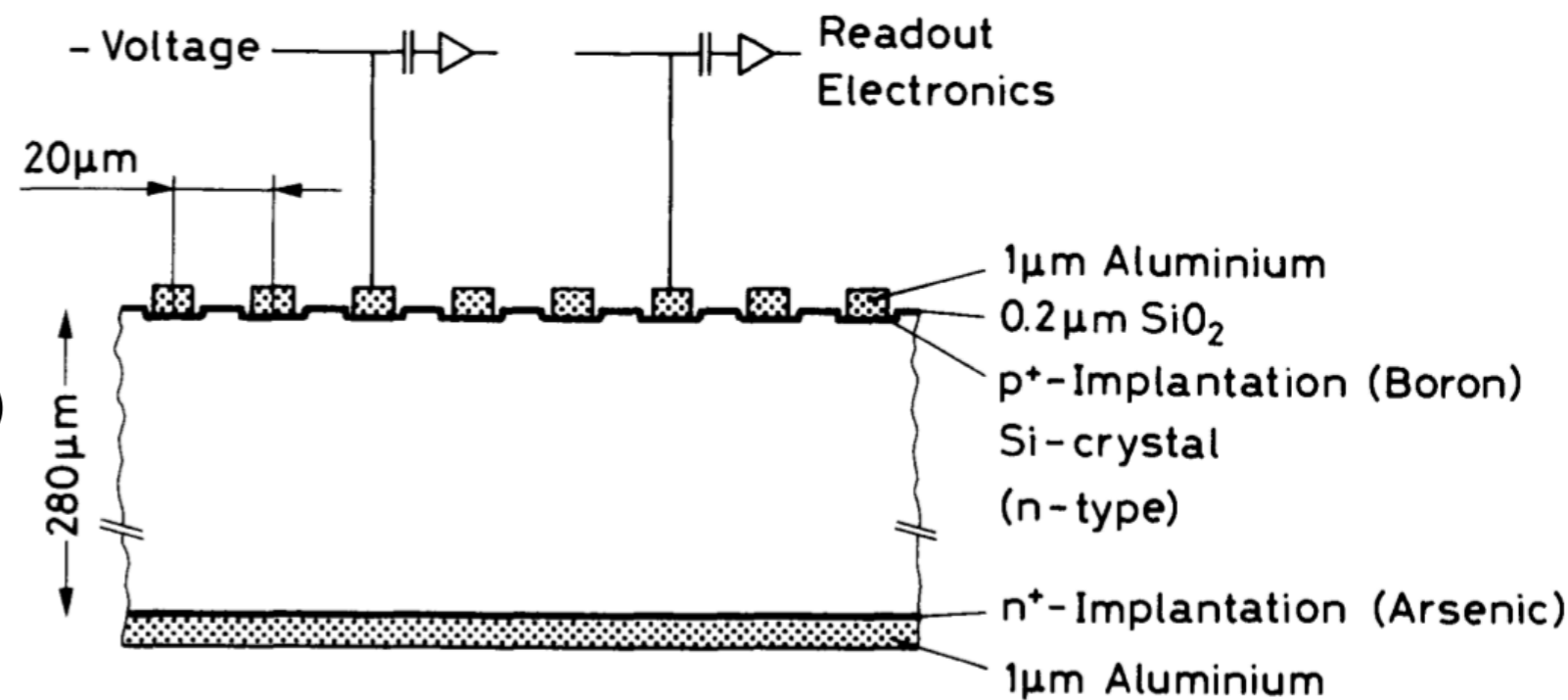


## §10.6.2 Micro-Strip Detectors

- 1980年代のMSDによる空間分解能 $5\ \mu\text{m}$ の実現により半導体検出器の関心が高まる
- 高抵抗 ( $2000\ \Omega \cdot \text{cm}$ ) のn型シリコン基板  
アルミニウムの $\text{p}^+$ ストリップが $20\ \mu\text{m}$ 間隔, 反対側に $\text{n}^+$ 電極

- 厚み:  $300\ \mu\text{m}$
- 完全な欠乏層の形成には  
 $160\ \text{V}$ が必要 (全空乏化電圧)
- MIPのSiでの平均エネルギー  
損失は $39\ \text{keV}/100\ \mu\text{m}$
- 電子-正孔対は検出器全体で30000対

(シリコン半導体検出器で $3.62\ \text{eV}$ , ゲルマニウム半導体検出器で $2.96\ \text{eV}$ )

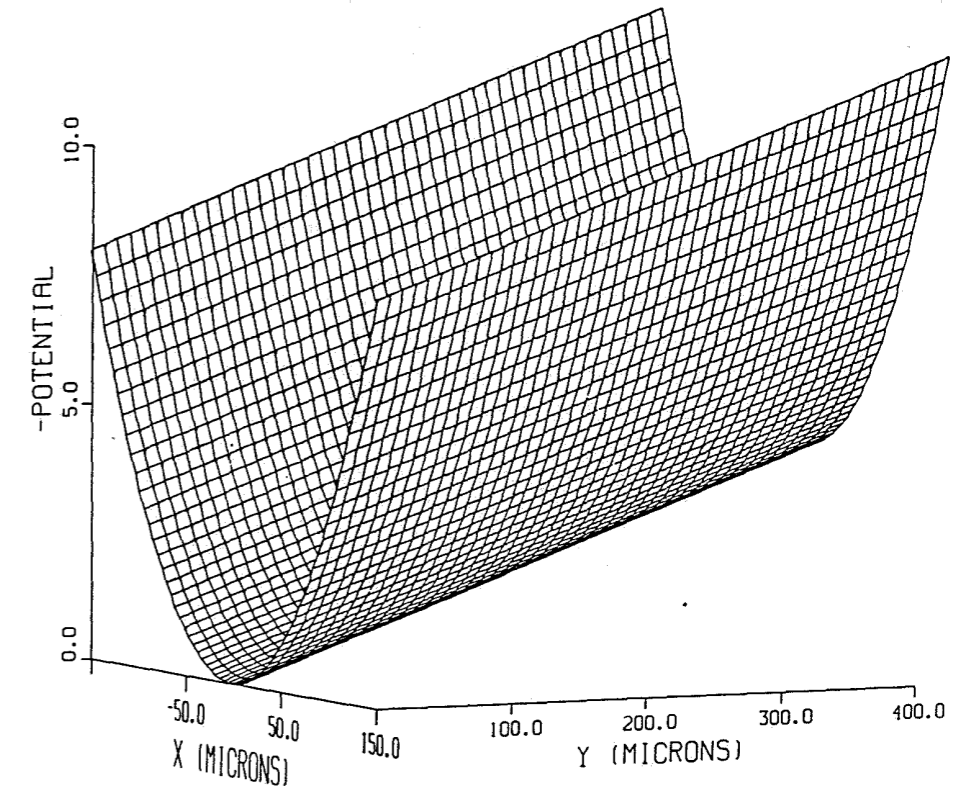
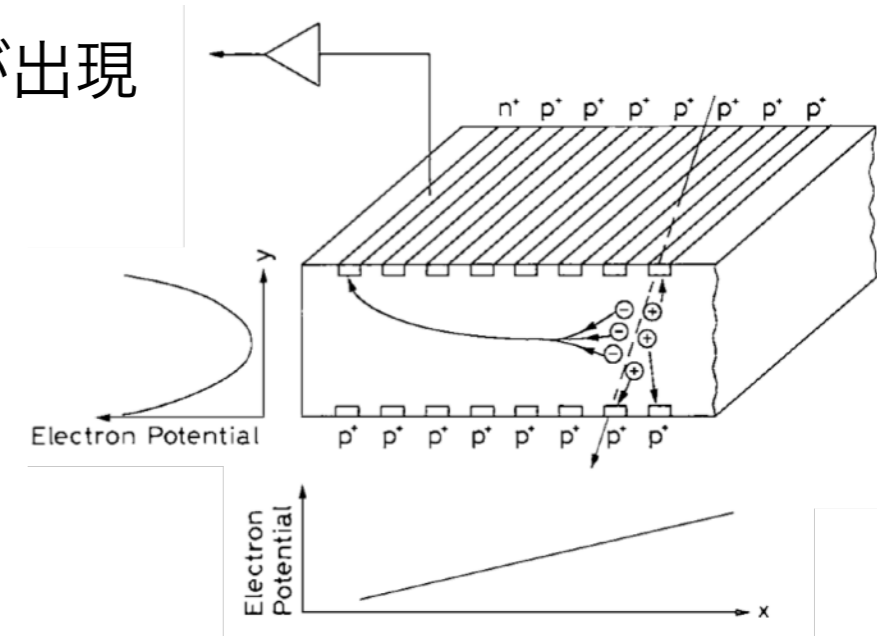


## §10.6.2 Micro-Strip Detectors

- チャンネル数を減らすために $60\ \mu\text{m}$ 毎に読み出し
- ストリップ電極間でのcapacitive charge division methodにより入射粒子の重心位置を求め、 $5\ \mu\text{m}$ 以下で位置を決定
- 小型で空乏層の割合が高く高速応答（ $10\ \text{ns}$ 以下）  
→トリガー向
- 全ストリップで読み出せるならば、 $2\ \mu\text{m}$ の空間分解能も可能  
→大規模集積技術によって同一基板上にアンプなどの関連デバイスを実装できるならば実現できる（?）
- 検出器の放射線損傷により、分解能が低下・リーク電流が増加（比較的弱い）  
→電場強度を強くすることである程度解決可能

# §10.6.3 Novel Position-Sensing Detectors

- MSDの成功により，空間分解能を持つ斬新な検出器が出現
- GattiとRehakが提案したSi Drift Chamber
- n型Siウエハーの上下に $p^+$ 電極を埋め込んで放物線ポテンシャルを形成
- 端部に $n^+$ 電極を設置しx方向の傾斜
- ドリフト時間を計測し，位置情報を再構成
- プロトタイプのSDCは，MIPで分解能 $5\ \mu\text{m}$  (MSDと同程度)
- 電気系が少なくて済む利点



Emilio Gatti and Pavel Rehak  
SEMICONDUCTOR DRIFT CHAMBER  
-AN APPLICATION OF A NOVEL CHARGE TRANSPORT SCHEME



# §10.6.3 Novel Position-Sensing Detectors

- MSDの成功により，空間分解能を持つ斬新な検出器が出現

- Charged-Coupled Devices検出器

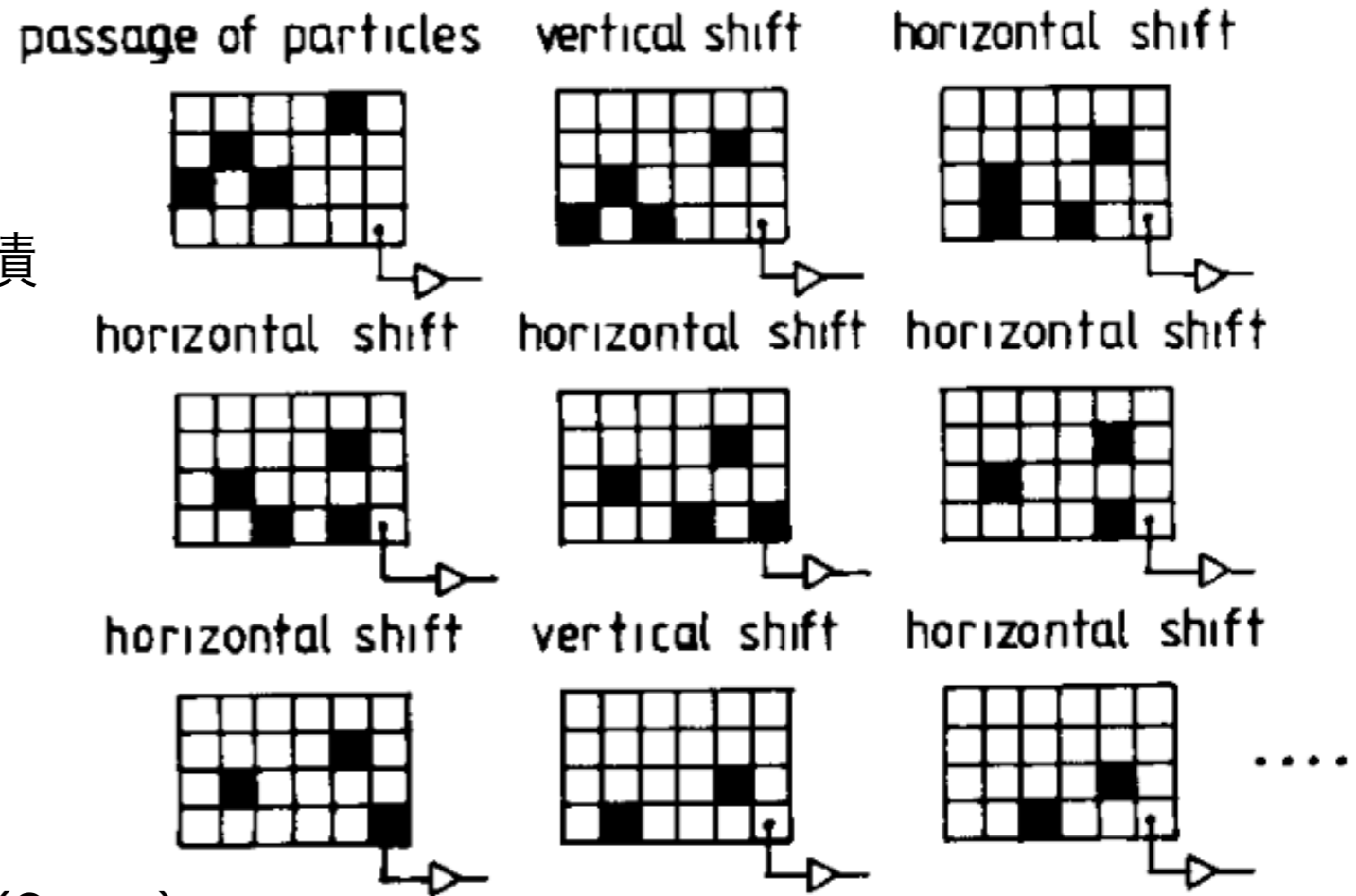
- 1.光電効果により電荷を生成・蓄積
- 2.電荷の転送
- 3.電荷を順に検出し電気信号へ

- 光検出器として用いられてきた (CCDカメラ)

- 感度が良く低ノイズ，空間分解能 ( $2\mu\text{m}$ )

- しかし，高計数には向かない

- 詳細はCharpakとSauli， Klannerによるレビュー



R. Klanner "silicon detectors"

# §10.7 Germanium Detectors

- ${}_{32}\text{Ge}$ は ${}_{14}\text{Si}$ より原子番号 $Z$ が大きく，光電効果の断面積が60倍

$$\left( \text{断面積は, } \Phi_{\text{photo}} = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \phi_0 \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} \propto Z^5 \right)$$

- ${}_{32}\text{Ge}$ のバンドギャップが小さいため効率が良い
- しかし，低温での動作が必須
- 荷電粒子の検出器としても用いられる
- 阻止能 $-\frac{dE}{dx}$ が大きい以外に利点はなく，冷却の必要性を考慮すると  
Siに勝る点はない

# §10.7.1 Lithium-Drifted Germanium - Ge(Li)

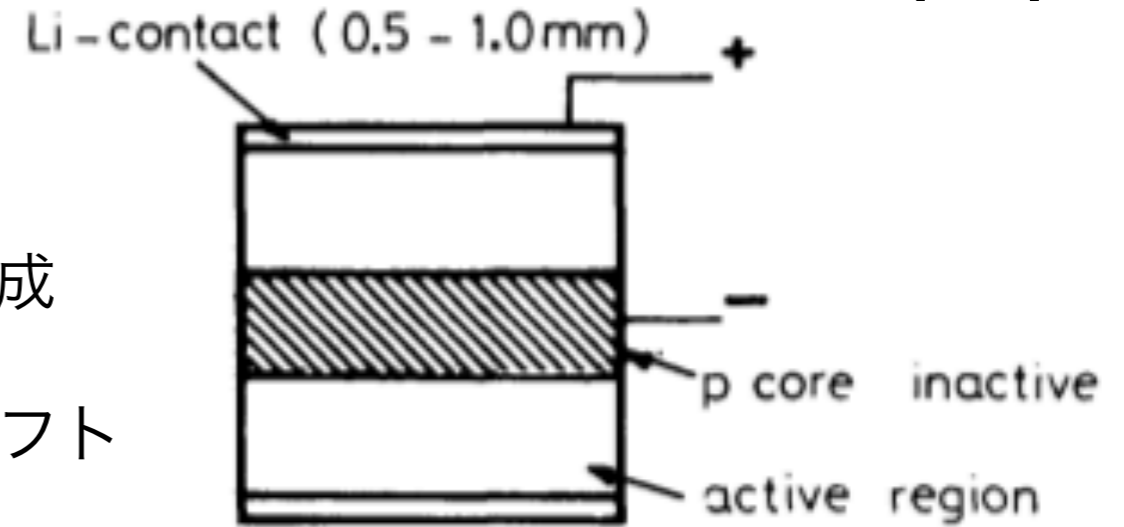
- Ge(Li)検出器 (ゼリー)

- 1.p型のGeにLiを熱拡散させp-n接合を形成
- 2.高温下で逆電圧をかけLi<sup>+</sup>をp側にドリフト
- 3.30 mm程度の空乏層ができる

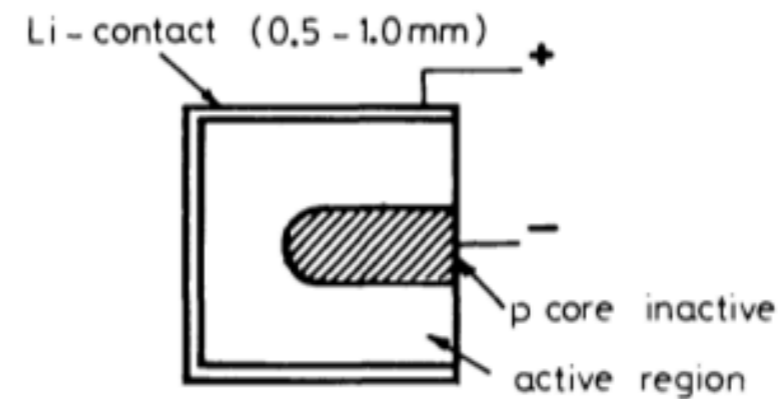
- 感度を良くするために円筒形が一般的
- 不感領域が突き抜けて残っている  
(True Coaxial / Open-ended Coaxial)

- 前面からLiをドリフト  
(Closed End)

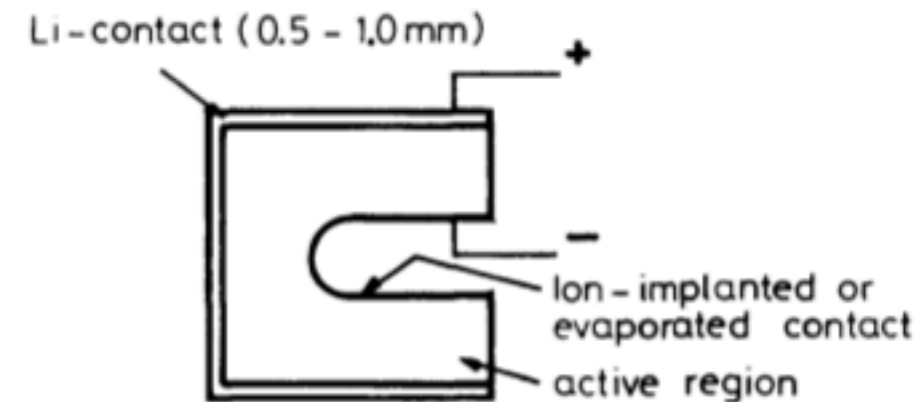
- 高エネルギー実験では不感領域を除去することも  
(Well Type)



True-Coaxial Ge(Li)



Closed-End Ge(Li)



# §10.7.1 Lithium-Drifted Germanium - Ge(Li)

- Ge(Li)検出器は常に液体窒素温度での動作が必要  
→クライオスタットで冷却する必要があるため扱いにくい
- 円筒形のGe(Li)検出器の検出下限は，不感領域の厚さと低エネルギー光子を吸収するクライオスタット窓によって制限  
( $\sim 30$  keV)
- よりシンプルな平面型検出器  
→窓材は金の薄い層で作ることができる  
(検出下限  $\sim$  数 keV)
- Ge(Li)検出器の動作特性についての詳細はKnollの本を参考に

## §10.7.2 Intrinsic Germanium

- 近年, 不純物濃度が $10^{10}$ atoms /cm<sup>3</sup>以下の超高純度Geの製造が可能に
- 高電圧を印加した時のみの冷却で済む
- 真性Ge (High Purity Germanium; HPGe) 検出器はGe(Li)にとって変わりつつある
- 利点は, p型ではなくn型半導体を使える (放射線損傷が少ない?)
- 同軸検出器での感度を10 keV以下に改善

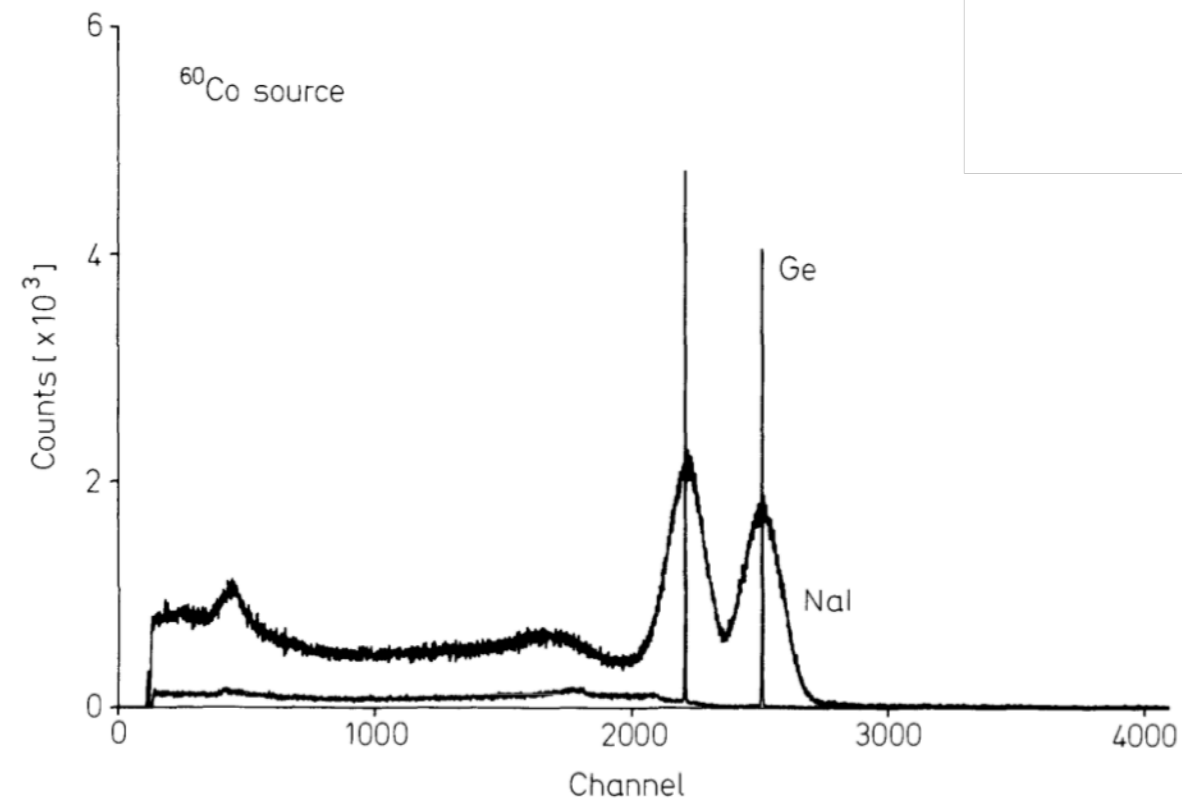
# §10.7.3 Gamma Spectroscopy with Germanium Detectors

- Ge検出器は $\gamma$ 線のエネルギー分解能に優れる（数 keV-10 MeVの範囲で）
- $^{60}\text{Co}$ からのスペクトルをGeとNaIシンチで比較

エネルギー分解能  $R = \frac{\text{FWHM}}{E_0}$  が

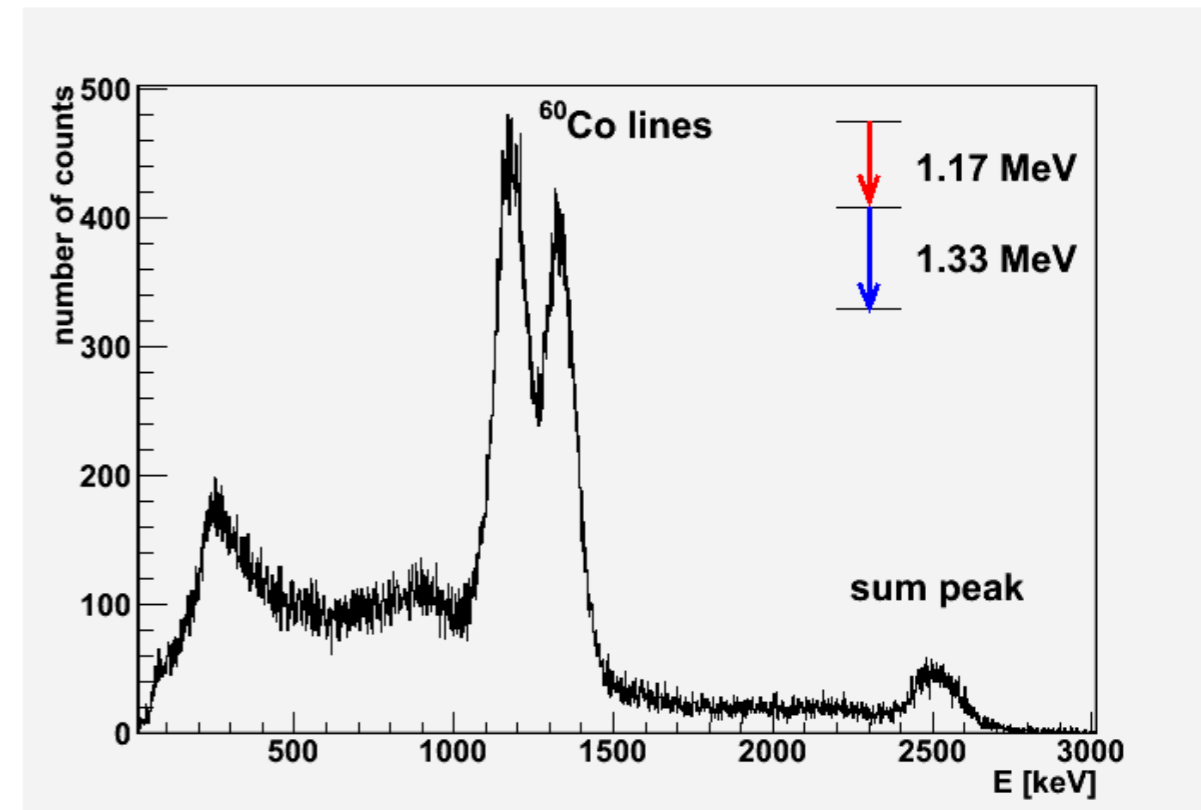
Geで約0.15%, NaIで約8% (@1.33 MeV)

- ピークとCompton成分の比 (S/N) 大
- S/Nを抑えるためには $\gamma$ 線検出器の鉛遮蔽, optical feedback preamplifier (増幅回路), パイルアップの原因となる高計数の回避が重要



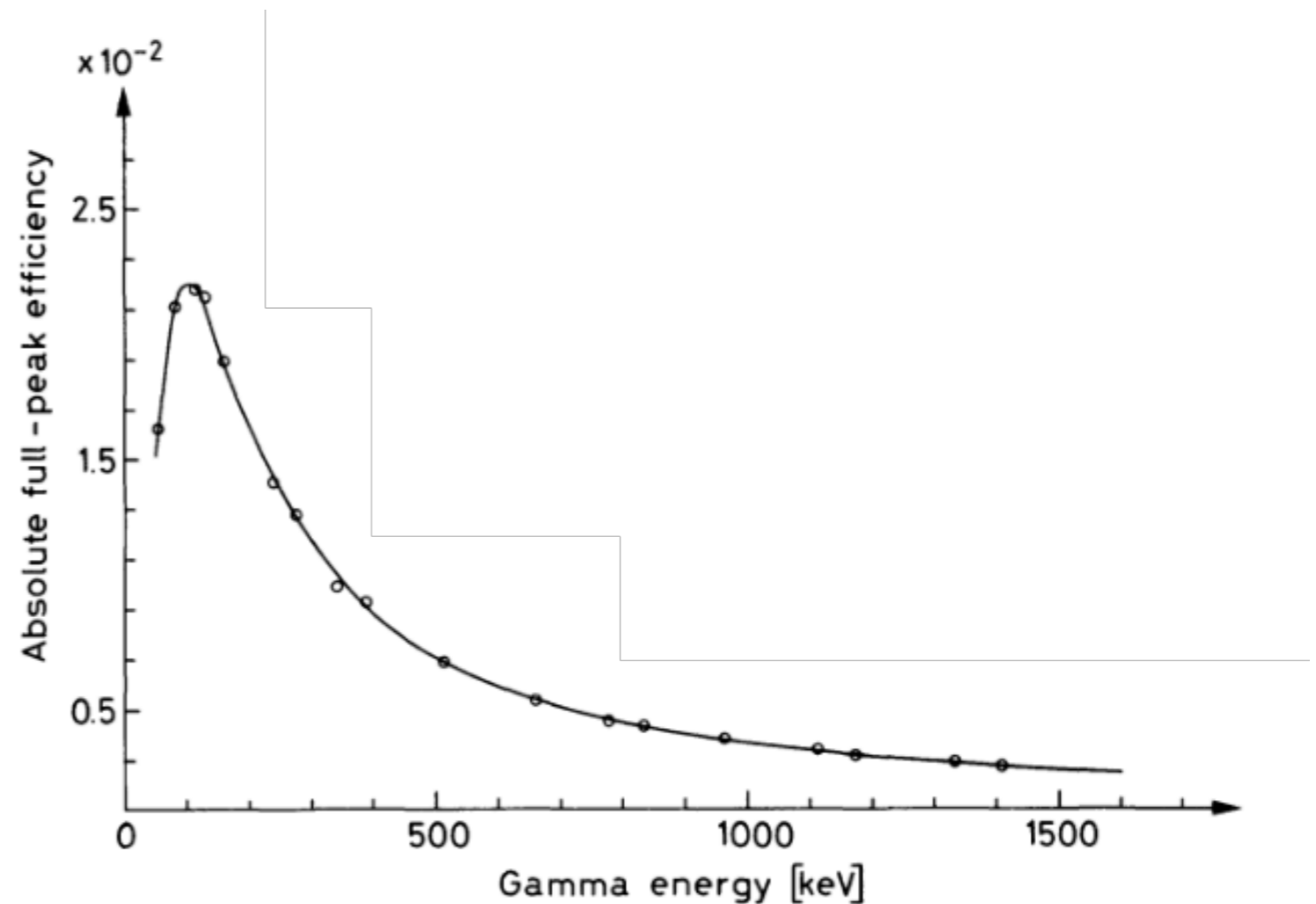
# §10.7.3 Gamma Spectroscopy with Germanium Detectors

- $\gamma$ 線の絶対強度を求めるには、検出効率のキャリブレーションが必要
- 1-2%の精度で出力が決められている校正用の線源が市販  
Compton部分を差し引いた全ての光電ピーク内のカウントを  
線源の出力で割り効率を決定
- キャリブレーションの際にはgeometryとpile-upに注意
- 校正用の線源は点状のものが一般的  
線源を動かして分布を持った線源を再現し  
全体の検出効率を推計
- 高計数でのaccidental coincidenceは  
sum peakを生む



# §10.7.3 Gamma Spectroscopy with Germanium Detectors

- 線源から5cmの位置でのHPGe検出器のエネルギーごとの検出効率
- データ点は多項式でfit
- この曲線を再現する経験的な式が提案されている
- §5.5で議論したdead timeの考慮も必要





# §10.8 Other Semiconductor Materials

- Ge以外の冷却が不要の検出器が開発中
- 大きいZ, 室温で動作可能 (大B.G.) なものが理想  
→TeCdとHgI<sub>2</sub>

	Z	バンドギャップ [eV]
TeCd	52, 48	1.45
HgI <sub>2</sub>	80, 53	2.14
Si	14	1.12
Ge	32	0.665

- TeCdは比較的実用化が進む ( $0\nu\beta\beta$ @京大, ASTRO-H (ひとみ))
- HgI<sub>2</sub> (物理実験では実用されていない...?ググっても使用例がヒットしない)
- いずれも良い結晶を作るのが困難なため大型化が難しく, 高価

# §10.9

- バイアス電圧をかける
- ノイズが減るが故障リスクが高まる
- 薄い検出器ほど注意が必要

## §10.9.2

- プリアンプ
- プリアンプでのノイズENCで定量化
- ノイズを小さくするためにはプリアンプの容量を小さく  
→ 検出器の近くに (ケーブルがCを持つ?)

# §10.9.3

- 温度
- GeもSiも冷やすとノイズが減る
- 膨張率を考えないと割れる

## §10.9.4

- 放射線損傷
- 半導体は比較的弱い
- 欠陥が生じ禁制帯に離散的なトラップを発生
  
- p型とn型でキャリア濃度が異なる？  
だからpとnで損傷の影響が異なる

# §10.9.5

- 重粒子では, plasma effect
- e-hole pairの密度が大きいため起きる
- plasma time
- puke height defect
-

# §11

- パルス信号と